

**MEDEDELINGEN LANDBOUWHOGESCHOOL
WAGENINGEN NEDERLAND 70-11 (1970)**

**WARMTEOVERDRACHT EN VERDAMPING
DOOR VRIJE CONVECTIE
LANGS EEN VERTICALE CYLINDER**

F. A. BOTTEMANNE

*Afdeling Natuur- en Weerkunde
Landbouwhogeschool, Wageningen, Nederland.*

(Ontvangen 6-1-1970)

H. VEENMAN & ZONEN N.V. - WAGENINGEN - 1970

**Mededelingen Landbouwhogeschool
Wageningen 70-11 (1970)
is ook gepubliceerd als proefschrift**

INHOUD

1. PROBLEEMSTELLING.	1
1.1. Inleiding	1
1.2. Analogie	1
1.3. Vergelijking van enige experimenten	1
1.4. Het klassieke vlakke-plaat-probleem	2
1.5. De grenslaagtheorie	3
1.6. Het experiment van Schmidt en Beckmann	4
1.7. Afwijkingen van de klassieke theorie	5
1.8. Variabele stofgrootheden	6
1.9. Ostrach-oplossing als basis	7
1.10. Simultane overdracht	7
1.11. Conclusie.	8
2. DE THEORIE.	10
2.1. Inleiding	10
2.2. Grenslaagvergelijkingen voor simultane overdracht	11
2.3. De affiene transformatie	12
2.4. Warmte- en stofoverdracht	15
2.5. Numerieke oplossing.	16
2.6. De numerieke oplossing nader bekeken	19
2.7. De snelheid aan de wand	20
2.8. Schatting van het effect	21
2.9. Correctie voor niet-uniforme omgeving	22
2.10. Het cylinder-probleem	24
2.11. De cylinder-oplossing	27
2.12. Conclusie.	28
3. HET EXPERIMENT	30
3.1. Inleiding	30
3.2. Het apparaat	31
3.3. Meetmethode	33
3.4. Plaatselijke overdracht	35
3.5. Instel- en meetnauwkeurigheid.	36
3.6. Invloed van wanden en plafond	40
3.7. Meetresultaten voor zuivere warmteoverdracht.	42
3.8. Meetresultaten voor isotherme verdamping	45
3.9. Meetresultaten voor simultane overdracht.	47
3.10. Conclusie.	49
APPENDIX	51
SUMMARY	86
LITERATUUR.	88
LIJST VAN SYMBOLEN	89

1. PROBLEEMSTELLING

1.1. INLEIDING

Wij hebben warmte- en stofoverdrachtsmetingen gedaan aan een verticale cylinder in lucht, waarbij we als diffunderende stof waterdamp gebruikten. Er werd alleen stationaire overdracht beschouwd, die ontstond door vrije convectie. Hierbij ontstaat langs het oppervlak een stroming ten gevolge van optredende dichtheidsverschillen.

Bij dit onderzoek kunnen we teruggrijpen op het klassieke probleem van stationaire warmteoverdracht door vrije convectie aan een verticale vlakke plaat. Men heeft hiervoor een theorie opgesteld die experimenteel een goede benadering is gebleken. Stofoverdrachtsmetingen zijn over het algemeen veel lastiger, maar reeds lang maakt men gebruik van de duidelijke analogie tussen de warmte- en stoftransportverschijnselen.

Wij zijn erin geslaagd bij onze warmte- en stofoverdrachtsmetingen goede overeenkomst te krijgen tussen experiment en theorie. Ter uitbreiding en precisering van deze theorie hebben we een aantal numerieke berekeningen uitgevoerd.

1.2. ANALOGIE

Reeds in 1855 postuleerde Fick de bekende diffusiewet naar analogie met Fourier's wet voor de warmtegeleiding, die in 1822 werd opgesteld. NUSSELT (1916, 1930) wees op de analogie tussen warmte- en stofoverdracht voor gedwongen convectie en SCHMIDT (1929) paste dit toe op vrije convectie. De analogietheorie bleek voor veel overdrachtsproblemen van grote waarde te zijn. Een bekende toepassing zien we in de relatie van LEWIS (1922), die we terugvinden in het gebruik van de natte- en droge-bol-psychrometer.

Zoals Nusselt al aangaf kunnen we alleen van de analogietheorie uitgaan als de randvoorwaarden van het warmte- en stofprobleem equivalent zijn. Bij het warmteprobleem is de snelheid aan de wand essentieel nul, bij het stofprobleem juist niet. Daarom kunnen we deze randvoorwaarde alleen in eerste benadering equivalent stellen als de stoffluxen niet te grote waarden aannemen. Zorgen we dus dat hieraan is voldaan, dan mogen we uitgaan van dezelfde theorie voor zowel warmte- als stofoverdracht.

1.3. VERGELIJKING VAN ENIGE EXPERIMENTEN

Bekijken we enige resultaten van stofoverdrachtsmetingen, dan valt wel op dat soms nogal grote afwijkingen te zien zijn met de theorie. Dit was dan ook de directe aanleiding tot onze experimenten. Zo vond SLIJKOORD (1962) bij isother-

me verdamping van water een discrepantie van ca. 30%. WILKE, TOBIAS en EISENBERG (1953) vonden bij elektrolyseproeven daarentegen goede overeenkomst. Discrepanties van zo'n 15% worden in meer technische publikaties niet groot gevonden. Zo vond BÖRNER (1964) bij vrije en gedwongen convector wel grotere verschillen, maar concludeerde toch dat de overeenkomst met de theorie voortreffelijk is. Dit kan men min of meer ook zeggen van LOOS (1957). De resultaten van KRANSE en SCHENK (1965) en SCHENKELS en SCHENK (1969) van isotherme stofoverdracht aan bollen komen ten dele wel met de theorie overeen.

Een moeilijkheid bij stofoverdracht is het meestal tegelijk optreden van warmteoverdracht. De meeste experimentele resultaten zijn dan ook gevonden aan simultane warmte- en stofoverdrachtsmetingen. Zo vonden BOELTER, GORDON en GRIFFIN (1946) bij metingen aan simultane overdracht door vrije convector aan een horizontaal wateroppervlak ook een discrepantie van ca. 15%.

1.4. HET KLASSIEKE VLAkke-PLAAT-PROBLEEM

We denken ons een verticale vlakke plaat met lengte L , omringd door een fluidum, waarvoor we lucht nemen. De plaat is verwarmd tot een uniforme temperatuur T_0 , de ongestoorde lucht heeft de temperatuur T_∞ ($< T_0$). Door optredende dichtheidsverschillen ontstaat een opstijgende beweging waardoor warmte wordt getransporteerd. Uit vele experimenten is gebleken, dat deze convectorverschijnselen zich afspelen in een z.g. 'grenslaag' langs de plaat. Daarbuiten heeft de lucht dus overal de temperatuur T_∞ . We kunnen niet zeggen dat de lucht buiten de grenslaag in rust is: op grond van het behoud van massa is het duidelijk dat het fluidum naar de grenslaag toe moet stromen. In fig. 1 is het coördinatenstelsel aangegeven, een keuze, die al bijna een eeuw gebruikelijk is. Denken we ons de plaat breed genoeg (in de richting loodrecht vlak van tekening), dan kunnen we het probleem twee-dimensionaal beschouwen.

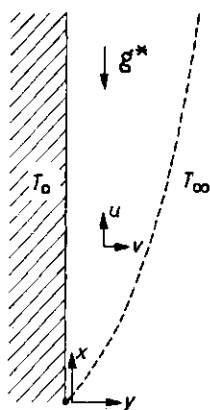


FIG. 1. Coördinaten stelsel voor warmteoverdracht aan verticale vlakke plaat met $T_0 > T_\infty$.

Wij beschouwen alleen het geval, dat de plaat warmer is dan de omgeving, dus $T_0 > T_\infty$, maar het probleem van de koude plaat in een warmere omgeving geeft geen principiële veranderingen. Men kiest de oorsprong van het coördinatenstelsel dan boven aan de plaat en de x -as omlaag gericht omdat de grenslaag is omgekeerd.

1.5. DE GRENSLAAGTHEORIE

Voor het probleem $T_0 > T_\infty$ heeft OVERBECK (1879) al een stelsel vergelijkingen opgesteld, afgeleid uit de behoudswetten voor massa, impuls en energie. LORENZ (1881) paste op dit stelsel enkele rigoureuze vereenvoudigingen toe, waardoor b.v. de warmteoverdracht niet meer afhankelijk was van de x -coördinaat. Men kan direct inzien dat dit onjuist is, maar hij kwam wel tot een verrassend goede schatting van de warmteoverdracht gemiddeld genomen over de plaathoogte.

PRANDTL (1904) voerde voor berekening aan isotherme stroming het begrip grenslaag en de daaruit voortvloeiende grenslaagbenadering in. Dit hield in, dat de grenslaag dun werd verondersteld t.o.v. de afmetingen in de x -richting. POHLHAUSEN (1921) breidde de grenslaagconceptie uit tot de warmteoverdracht bij gedwongen convectie. NUSSELT en JÜRGES (1928) pasten dit toe op de vrije convectie. Deze grenslaagconceptie van Prandtl betekent voor ons probleem dat het convectief transport langs de plaat groot wordt verondersteld t.o.v. het transport door geleiding loodrecht op de plaat; het eerste effect tracht de grenslaag immers dunner te maken, het tweede juist dikker. We moeten wel onderscheid maken tussen een thermische grenslaag en een stromingsgrenslaag: in het eerste geval wordt de grenslaag dus bepaald door de diffusie van warmte en in het tweede geval door diffusie van impuls, waarbij als 'diffusiecoëfficiënten' resp. optreden de temperatuurvereffeningscoëfficiënt $a = \lambda/\rho c_p$ en de kinematische viscositeitscoëfficiënt $\nu = \mu/\rho$. Het bekende kengetal van Prandtl $Pr = \nu/a$ is dan ook een maat voor de verhouding van de dikten δ van deze grenslagen. (Bij stofoverdracht wordt Pr vervangen door het kengetal van Schmidt, $Sc = \nu/D$, waarbij D de diffusiecoëfficiënt voorstelt). Is b.v. $Pr > 1$, dan zal door het meer viskeus zijn van het fluidum de stromingsgrenslaag dikker zijn dan de thermische. Voor $Pr = 1$ zijn ze aan elkaar gelijk, maar voor $Pr < 1$ ook, want zou de thermische grenslaag dikker zijn dan de stromingsgrenslaag, dan moet ook daar weer door optredende dichtheidsverschillen stroming ontstaan (zie b.v. MERK (1958)). Deze grenslaagconceptie van Prandtl leidt er toe dat voor ons probleem het stelsel vergelijkingen wordt vereenvoudigd. Naar aanleiding van het onderzoek van SCHMIDT en BECKMANN (1930) aan vrije convectie langs een verticale plaat, stelde POHLHAUSEN (1930) hiervoor dit stelsel zg. grenslaagvergelijkingen voor de eerste maal op.

1.6. HET EXPERIMENT VAN SCHMIDT EN BECKMANN

Schmidt en Beckman hebben met hun terecht beroemde metingen van zowel de temperatuur- als snelheidsverdeling in de grenslaag aan ons probleem zijn klassieke gedaante gegeven. Pohlhausen heeft op hun verzoek het stelsel grenslaagvergelijkingen opgelost. Wij willen hier niet ingaan op het mathematisch model dat hij invoerde; de afleiding van de grenslaagvergelijkingen en de toegepaste affine transformatie zijn in alle handboeken en overzichtsartikelen te vinden. Wij komen in hoofdstuk 2 ook nog over deze vergelijkingen te spreken.

Pohlhausen maakte bij de numerieke oplossing van het probleem echter gebruik van randvoorwaarden die ontleend waren aan de experimentele resultaten van Schmidt en Beckmann. Een groot aantal onderzoekers (o.a. SCHUH (1948)) hebben hierna getracht verbeterde berekeningen te geven, die dit bezwaar niet hadden, met als (voorlopig) eindresultaat die van OSTRACH (1952); die overigens geheel van de Pohlhausen-methode gebruik maakte. De overeenkomst tussen de Ostrach-oplossing en de resultaten van Schmidt en Beckmann was goed voor de temperatuurverdeling en warmteoverdracht, iets minder voor de snelheidsverdeling. In fig. 2 zijn deze verdelingen weergegeven, dimensieloos uitgezet en ontleend aan OSTRACH (1952).

De grenslaagtheorie is de basis gebleken van praktisch elk onderzoek. Zo pasten MERK en PRINS (1954) de theorie toe op o.a. bollen en horizontale cilindrs. SPARROW en GREGG (1956) gaven een oplossing voor de verticale cilinder, waar wij op zullen teruggrijpen. Er is ook veel getheoretiseerd voor extreme gevallen, zoals voor zeer kleine en zeer grote waarden van Pr (bijv. KUI-

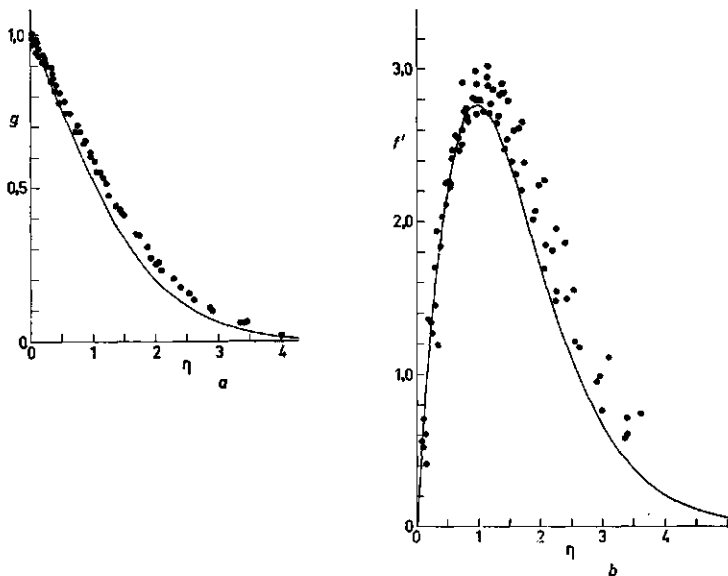


FIG. 2a, b. Temperatuur- en snelheidsmetingen van SCHMIDT en BECKMANN (1930) vergeleken met de theoretische oplossing van OSTRACH (1952) voor $Pr = 0,72$.

KEN (1968) en (1969)). Dit zijn slechts een paar auteurs uit de velen, die zich bezig hebben gehouden met warmteoverdracht. Het is ondoenlijk om een overzicht te geven van de stortvloed van publikaties die na het klassieke experiment van Schmidt en Beckmann op dit gebied zijn verschenen. Dit valt trouwens ook buiten het bestek van ons onderzoek. Een goed, zij het ook nog beperkt, overzicht werd gegeven door EDE (1967).

1.7. AFWIJINGEN VAN DE KLASSIEKE THEORIE

De nog optredende discrepanties t.o.v. de Ostrach-oplossing zijn aanleiding geweest tot veel verbeteringen van de klassieke theorie. Tenslotte is de grenslaagtheorie een benadering en zo hebben YANG en JERGER (1964) een correctie op de grenslaagtheorie aangebracht m.b.v. een storingsrekening, waarbij de Ostrach-oplossing als nulde-orde-oplossing fungeerde. Zij konden echter slechts betrekkelijk kleine verschillen verklaren. YANG en DONLON (1965) hebben een storingsrekening opgezet met als nulde-orde-oplossing de zuivere geleiding. Hiermee zouden ze rekening kunnen houden met het z.g. 'neuseffect', d.w.z. dat de 'neus' van de grenslaag door geleiding niet met de onderkant van de plaat samenvalt. Zij konden echter geen aansluiting krijgen met de vorige methode. SURIANO en YANG (1968) hebben een poging ondernomen om de grenslaagbenadering helemaal los te laten en het oorspronkelijke stelsel vergelijkingen direct op te lossen, maar ook hier nog zonder veel concrete resultaten.

Als we hier tegenoverstellen de uitstekende metingen van GOLDSTEIN en ECKERT (1960), dan lijkt het nog helemaal niet zo zeker dat de Pohlhausen-methode met Ostrach-oplossing niet voldoet. Zeker wat de temperatuurverdeling en warmteoverdracht betreft. In fig. 3 is de overdracht uitgezet die GOLDSTEIN en ECKERT hebben gemeten. De overdracht wordt vaak uitgedrukt m.b.v. de bekende Nusseltse vergelijkingen of kentalrelaties. Het blijkt, dat er uitstekende overeenkomst bestaat tussen theorie en experiment, zelfs voor zeer

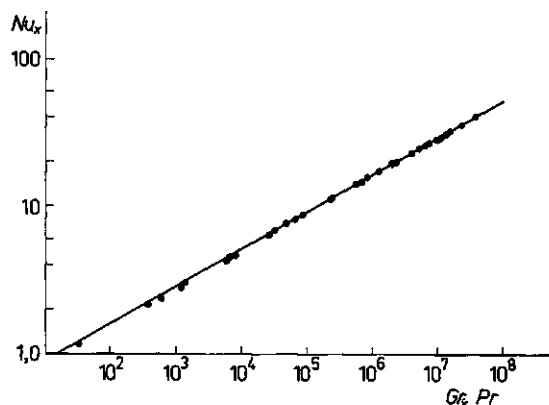


FIG. 3. Warmteoverdrachtsmetingen van GOLDSTEIN en ECKERT (1960)

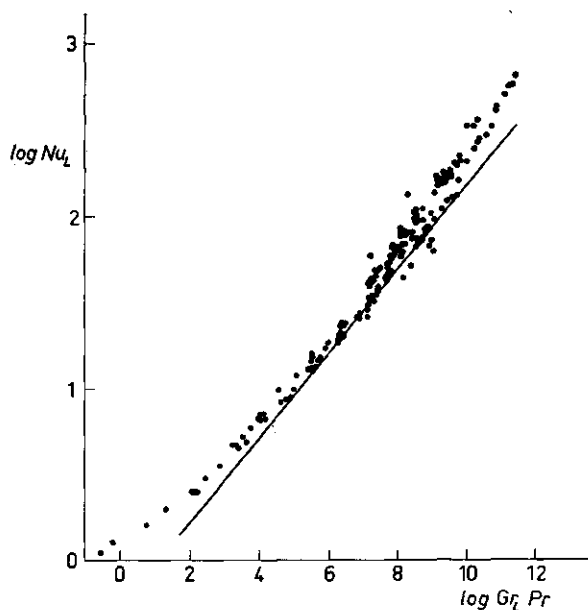


FIG. 4. Warmteoverdrachtsmetingen gemiddeld over de plaathoogte van een aantal auteurs, ontleend aan EDE (1967).

lage waarden van Gr . In fig. 4, ontleend aan EDE (1967), zijn overdrachtsmetingen gemiddeld over de plaathoogte uitgezet voor lucht; maar ook hier kunnen we niet zomaar concluderen, dat niet voldaan is aan de grenslaagtheorie. Veel metingen zijn gedaan aan kleine platen waarbij verschillende randeffecten een grote rol gaan spelen. Voor $Gr > 10^9$ à 10^{10} kan men een toename verwachten door beginnende turbulentie (zie b.v. WARNER en ARPACI (1968) en CHEESEWRIGHT (1968)).

1.8. VARIABLE STOFGROOTHEDEN

Bij de Ostrach-oplossing is uitgegaan van constante stofgrootheden, zoals ν , λ en c_p . SPARROW en GREGG (1958) hebben de grenslaagvergelijkingen opgelost met variabele grootheden, hetgeen echter zeer gecompliceerde resultaten geeft. Zij hebben evenwel deze resultaten voor b.v. warmteoverdracht, grenslaagdikte, maximum snelheid enz. vergeleken met die welke verkregen worden volgens de Ostrach-oplossing, indien de stofgrootheden betrokken werden op bepaalde temperaturen. Op die manier konden zij bepalen bij welke z.g. 'referentietemperatuur' de Ostrach-oplossing overeenkwam met hun oplossing voor variabele grootheden. Zo vonden zij b.v. dat voor de warmteoverdracht in lucht de Ostrach-oplossing met een referentietemperatuur van $T_r = T_0 - 0,38 (T_0 - T_\infty)$ voor een groot temperatuurgebied, slechts 6^o/₁₀₀ afweek van hun op-

lossing met variabele grootheden. Voor kleine temperatuurverschillen kan net zo goed het gewone gemiddelde als referentietemperatuur worden genomen. Voor grenslaagdikte, maximum snelheid e.d. moeten echter verschillende referentietemperaturen worden genomen, zodat in feite wel een gecompliceerder oplosmethode vereist is. EICHORN (1962), die met Schmidt en Beckmann één van de weinigen is, die goede snelheidsmetingen heeft gedaan, gaf zelfs aan dat bij elk punt van de stromingsgrenslaag een andere referentietemperatuur is vereist. Hij vond voor de snelheidsverdeling op deze manier wel goede overeenstemming met de Ostrach-oplossing, maar meer naar de buitenkant van de grenslaag niet; hij kon echter niet aangeven of dit veroorzaakt wordt door verstoring in de kamer, niet voldoen aan de grenslaagbenadering of het neuseffect.

1.9. OSTRACH-OPLOSSING ALS BASIS

Uit het voorgaande mogen we wel concluderen dat we kunnen blijven uitgaan van de klassieke grenslaagtheorie, zeker wat betreft de warmteoverdracht. We moeten echter wel steeds nagaan in hoeverre bij een experiment voldaan is aan de voorwaarden waarvan bij deze theorie is uitgegaan. We zagen dat variabele stofgrootheden geen beletsel zijn, al kan het met name voor de snelheidsverdeling tot een gecompliceerde oplossing leiden. Voor het neuseffect moet in principe ook gecorrigeerd worden, maar bij grotere waarden van x zal dit effect een minder grote rol gaan spelen. Schmidt en Beckmann hebben al gewezen op mogelijke storingen tengevolge van tocht in de kamer, waarmee theoretisch erg moeilijk rekening is te houden, zodat hierdoor de meetnauwkeurigheid wel eens sterk kan zijn beperkt. CHEESEWRIGHT (1966, 1967) heeft de theorie aangepast voor het zeer reële geval, waarbij in de kamer een verticale temperatuurgradiënt aanwezig is. Hierbij kon hij weer geheel teruggrijpen op de Ostrach-oplossing. Zijn nauwkeurige metingen bevestigden nogmaals, dat de grenslaagtheorie een goede basis blijft.

1.10. SIMULTANE OVERDRACHT

Zoals reeds is gezegd zijn de meeste experimenten niet aan isotherme stofoverdracht maar aan simultane warmte- en stofoverdracht uitgevoerd. Men gaat daarbij meestal uit van de grenslaagtheorie, past deze toe op zowel de stofoverdracht als de warmteoverdracht en telt vervolgens beide effecten bij elkaar op. Dit vinden we bij SOMERS (1956), die kentalrelaties afleidt met een integraalmethode. Eveneens bij MATHER, MADDEN en PIRET (1957), die het stelsel gewone differentiaalvergelijkingen integreren onder verwaarlozing van de traagheidsterm in de bewegingsvergelijking en zo tot een kentalrelatie komen. Hun kentalrelatie klopt ten dele met de metingen voor grote Sc -waarden van WILKE, TOBIAS en EISENBERG (1953). Hun eigen metingen aan bollen geven echter niet veel uitsluitel. WILCOX (1962), NAKAMURA (1962) en nog vele anderen geven theoretische beschouwingen die alle in wezen op hetzelfde neerkomen.

Bij de meeste experimenten traden echter vaak tegengestelde convectiekrachten op: tengevolge van de warmteoverdracht ontstaat b.v. een beweging omhoog, tengevolge van de stofoverdracht juist omlaag. Dit vinden we het sterkst terug bij metingen van ADAMS en MCFADDEN (1966), die juist het gebied willen onderzoeken, waarbij deze twee convectiekrachten elkaar praktisch opheffen. Maar juist dan mogen we geen grenslaagbenadering meer invoeren en voldoet de grenslaagtheorie niet meer. Kentalrelaties die hier voor zijn afgeleid hebben dan ook geen geldigheid. Ook houdt men vaak geen rekening met het omslaan van de grenslaag, zoals bij Adams en McFadden te zien is, als ze uitgaan van isotherme stofoverdracht en geleidelijk de plaattemperatuur verhogen, zodat steeds meer simultane warmteoverdracht erbij gaat optreden. Alleen in die gebieden waar de ene convectiekracht nog ver in de meerderheid is t.o.v. de andere kunnen we uitgaan van de grenslaagtheorie.

De laatste tijd houden zich meer en meer auteurs bezig met koppelingsverschijnselen tussen warmte- en stofoverdracht. Zo houden SPARROW, MINKOWYCZ en ECKERT (1964) rekening met o.a. thermodiffusie, maar de invloed hiervan gaat zich pas manifesteren bij grotere temperatuurverschillen. GILL, DEL CASAL en ZEH (1965) geven uitvoerige berekeningen voor verschillende gassen, maar de resultaten zijn wat gecompliceerd en, hoewel van belang, schieten ze ons doel ook wat voorbij. Gezien de meetnauwkeurigheid van de meeste experimenten, zijn dit soort verfijningen immers niet erg noodzakelijk.

1.11. CONCLUSIE

Uit het voorgaande is gebleken dat we voor onze experimenten mogen blijven uitgaan van de grenslaagtheorie met de eenvoudige Ostrach-oplossing. Daar wij wegens praktische redenen gemeten hebben aan een verticale cylinder moesten we hiervoor de Ostrach-oplossing corrigeren, zoals SPARROW en GREGG (1956) aangaven, waarbij zij een storingsrekening toepasten, met de Ostrach-oplossing als nulde-orde-oplossing. Dit voldoet alleen als de stoorparameter klein is, d.w.z. bij redelijk grote kromtestraal. Dit was bij ons experiment het geval, zodat we ons niet met cylinderproblemen in het algemeen hoefden bezig te houden.

Wij hebben gemeten aan verdamping van een nat oppervlak waartoe de cylinder met water werd bevochtigd. Dit had als groot voordeel dat de Pr voor lucht en de Sc voor waterdamp in lucht bijna gelijk zijn (resp. 0,71 en 0,63), zodat de verschijnselen zeer goed vergelijkbaar waren. Doordat wij in staat waren plaatseelijke overdrachtsmetingen uit te voeren, was een gedetailleerder vergelijking met de theorie mogelijk. Onze resultaten bleken in goede overeenstemming met de theorie te zijn.

We hebben in hoofdstuk 2 een theoretische oplossing gegeven voor simultane overdracht, die volledig op de Pohlhausen-methode voortbouwt, en die ons probleem van verdamping van water in lucht goed beschrijft. Hierbij blijkt dat de warmteoverdracht en de stofoverdracht inderdaad optelbaar zijn. Hetgeen ook door onze metingen wordt bevestigd.

Wij wezen er al op dat we de grenslaagtheorie alleen goed kunnen toepassen bij gelijkgerichte convectiekrachten; hieraan is bij ons experiment voldaan bij een warme cylinder, daar waterdamp soortelijk lichter is dan lucht. Wij hebben aangetoond dat de snelheid aan de wand geen meetbaar effect veroorzaakt, zodat de correctie die theoretisch nodig is, achterwege kon blijven.

2. DE THEORIE

2.1. INLEIDING

In dit hoofdstuk geven we een eenvoudige theorie voor het simultane warmte- en stofoverdrachtsprobleem aan een verticale vlakke plaat, met gelijkgerichte convectiekrachten, uitgaande van de klassieke grenslaagtheorie. De twee effecten beschouwen we hierbij als optelbaar, waarbij we als parameter invoeren de verhouding van de warmteoverdracht tot de totale overdracht. We zijn er in geslaagd dit mathematisch nogal lastige probleem numeriek op te lossen voor verschillende waarden van de ingevoerde parameter, inclusief de extreme waarden, die natuurlijk overeenkomen met resp. zuivere warmteoverdracht en isotherme stofoverdracht.

Wij hebben het probleem alleen opgelost voor het speciale geval, dat met ons experiment overeenkomt: $Pr = 0,71$, $Sc = 0,63$ en gelijkgerichte krachten. Vervolgens hebben we een schatting gemaakt van de snelheid die aan de wand kan optreden. Wanneer deze klein genoeg is kunnen we blijven uitgaan van de klassieke methode en de Ostrach-oplossing als basis handhaven. Door het stelsel tevens voor verschillende waarden van de wandsnelheid op te lossen hebben we kunnen aantonen dat een eventueel effect verwaarloosbaar is. Daarna geven we aan hoe Cheesewright voor zuivere warmteoverdracht de correctie heeft bepaald tengevolge van een temperatuurgradiënt in de omgeving. We hebben dit zelf niet numeriek nagerekend daar de correctie vrij klein is en wij hem daarom zonder meer hebben overgenomen. Tenslotte hebben we de cylindercorrecties uitgerekend voor zuivere warmteoverdracht en isotherme stofoverdracht waarbij het verschil tussen deze twee correcties zo klein was dat het niet nodig was de correctie ook nog voor simultane overdracht uit te rekenen, wat zeer gecompliceerde berekeningen zou hebben vereist.

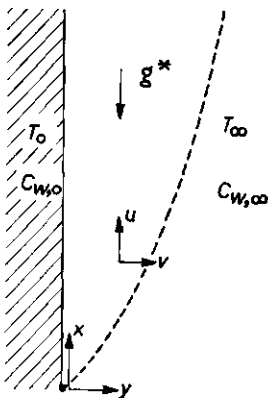


FIG. 5. Coördinatenstelsel voor simultane overdracht aan een verticale vlakke plaat met $T_0 > T_\infty$ en $C_{w,0} > C_{w,\infty}$.

2.2. GRENSLAAGVERGELIJKINGEN VOOR SIMULTANE OVERDRACHT

Gaan we op een volume-elementje in de grenslaag de behoudswetten toepassen, dan vinden we de continuïteitsvergelijking, de bewegings- of impulsvergelijkingen en de energie- en diffusievergelijking. In de grenslaagconceptie gaan deze over in het onderstaande stelsel twee-dimensionale grenslaagvergelijkingen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, & a \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= g^*(\rho_\infty - \rho) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, & b \\ \rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p v \frac{\partial T}{\partial y} &= \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, & c \\ \rho u \frac{\partial C_w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C_w}{\partial y} &= \rho D \frac{\partial^2 C_w}{\partial y^2}, & d \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

waarin $C_w = \rho_w/\rho$ de massafractie waterdamp, ρ_w = massaconcentratie waterdamp, ρ = totale dichtheid vochtige lucht.

De randvoorwaarden zijn:

$$\begin{aligned} x > 0 \quad y = 0 \quad u = v = 0 \quad T = T_0, \quad C_w = C_{w,0} \\ y = \infty \quad u = 0 \quad T = T_\infty, \quad C_w = C_{w,\infty} \\ x \leq 0 \quad y \geq 0 \quad u = 0 \quad T = T_\infty, \quad C_w = C_{w,\infty} \end{aligned}$$

Hierbij is uitgegaan van constante ρ , μ , λ en D . Zoals we in 1.7 hebben besproken is dat geen bezwaar wanneer we deze grootheden op de goede referentietemperatuur betrekken. Wij nemen aan, dat het simultane probleem op dezelfde manier hieraan voldoet als het daar besproken zuivere warmteprobleem.

De variatie in ρ verwaarlozen we in de traagheidstermen. De term $g^*(\rho_\infty - \rho)$ geeft juist de variatie zelf, die verantwoordelijk is voor het hele convectieverijnsel. Zouden we met een fluidum met zeer geringe viscositeit te maken hebben, dan zou de traagheidskracht $\rho u \partial u / \partial x + \rho v \partial u / \partial y$ van dezelfde grootte moeten zijn als de opwaartse kracht $g^*(\rho_\infty - \rho)$. Bij een fluidum met grotere viscositeit treedt de viskeuse kracht $\mu \partial^2 u / \partial y^2$ op, die natuurlijk tegengesteld is aan $g^*(\rho_\infty - \rho)$. In dat geval zal $g^*(\rho_\infty - \rho)$ dus groter moeten zijn dan $\rho u \partial u / \partial x + \rho v \partial u / \partial y$. Zoals in GRÖBER, ERK, GRIGULL (1955) voor gedwongen convectie is afgeleid kunnen we ook voor dit geval inzien dat de termen $\rho u \partial u / \partial x$, $\rho v \partial u / \partial y$ en $\mu \partial^2 u / \partial y^2$ allemaal van dezelfde orde van grootte zijn en dus $g^*(\rho_\infty - \rho)$ ook.

Voor de afleiding van stelsel (1) kunnen we verwijzen naar b.v. MERK (1957). Ook bij BIRD, STEWART en LIGHTFOOT (1960) kunnen we zien hoe in principe de grenslaagvergelijkingen worden opgesteld. Hierbij zijn naast de verwaarlozingen die volgen uit de grenslaagconceptie, ook nog verscheidene andere termen verwaarloosd. Zo hebben we in de diffusievergelijking de thermodiffusieterm ver-

waarloosd. MERK (1957) geeft aan wanneer dat mag. Voor gassen is hier bij niet te grote temperatuurverschillen wel aan voldaan (zie SPARROW, MINKOWYCZ en ECKERT (1964)). Aangezien bij gassen het soret-effect ongeveer van dezelfde grootte is als het dufou-effect, is dit dan ook te verwaarlozen. Bij de energievergelijking verwaarlozen we verder nog de viskeuze dissipatie, wat bij lage snelheden (zoals bij vrije convectie optreden) zonder meer mag (zie BIRD, STEWART en LIGHTFOOT § 3.3). Gaan we uit van ideale en incompressibele gassen dan zijn ook te verwaarlozen de energietermen voor compressie- en expansiearbeid en arbeid tegen de zwaartekracht in (zie BIRD, STEWART en LIGHTFOOT § 10.1). Tenslotte is de term die een energiestroom tengevolge van het verschil in soortelijke warmte voorstelt verwaarloosbaar als Pr en Sc niet veel van elkaar verschillen (zie MERK (1957)).

2.3. DE AFFIENE TRANSFORMATIE

Het stelsel (1) kunnen we schrijven als

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, & a \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= g^* \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, & b \\ u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}, & c \\ u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= D \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}, & d \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

waarin $\theta = T - T_\infty$ en $\omega = \rho_w - \rho_{w,\infty}$.

Als we uitgaan van de ideale gaswet kunnen we voor het mengsel lucht-waterdamp schrijven:

$$\rho = n_w M_w + n_l M_l = \frac{p}{RT} M_w + \frac{B-p}{RT} M_l,$$

waarin n_w = aantal mols waterdamp per volume-element, n_l = aantal mols lucht per volume-element, p = partiële dampspanning, B = totale spanning = barometerdruk, M_w = massa van 1 mol waterdamp, M_l = massa van 1 mol lucht.

Voor $(\rho_\infty - \rho)/\rho$ kunnen we schrijven, waarbij $M_w = 5/8 M_l$,

$$\frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho} = \frac{B}{B - \frac{3}{8} p_0} \cdot \frac{\theta_0}{T_{\infty}} g + \frac{p_0 - p_{\infty} \cdot T_0/T_{\infty}}{p_0 - p_{\infty}} \cdot \frac{\frac{3}{8} \Pi_0}{B - \frac{3}{8} p_0} \cdot h,$$

waarin $\theta_0 = T_0 - T_{\infty}$, $\Pi_0 = p_0 - p_{\infty}$, $g = \frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}}$

en
$$h = \frac{C_w - C_{w,\infty}}{C_{w,0} - C_{w,\infty}} \simeq \frac{\rho_w - \rho_{w,\infty}}{\rho_{w,0} - \rho_{w,\infty}} = \frac{\frac{p}{T} - \frac{p_{\infty}}{T_{\infty}}}{\frac{p_0}{T_0} - \frac{p_{\infty}}{T_{\infty}}}.$$

We hebben hierbij $(\rho_{\infty} - \rho)/\rho \simeq (\rho_{\infty} - \rho)/\rho_0$ genomen, dit geeft slechts een fout in de later in te voeren transformatieconstante van hoogstens enige promilles. Hierin stelt ρ_0 de totale dichtheid aan de plaat voor. Als we stellen

$$\varepsilon_1 = \frac{B}{B - \frac{3}{8} p_0}, \varepsilon_2 = \frac{p_0 - p_{\infty} \cdot T_0/T_{\infty}}{p_0 - p_{\infty}}, \beta_1 = \frac{1}{T_{\infty}} \text{ en } \beta_2 = \frac{\frac{3}{8}}{B - \frac{3}{8} p_0}$$

dan krijgen we:

$$\frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho} = \varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 g + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0 h.$$

Om tot een oplossing van stelsel (2) te komen voeren we eerst de stroomfunctie ψ in, zodanig dat aan de continuïteitsvergelijking is voldaan:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; v = - \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Met behulp van de gebruikelijke affine transformatie

$$\eta = c y x^{-1/4} \text{ en met } \psi = 4\nu c x^{3/4} f(\eta), g(\eta) = \frac{\theta}{\theta_0} \text{ en } h(\eta) = \frac{\omega}{\omega_0}$$

kunnen we daarna het stelsel partiële differentiaalvergelijkingen transformeren naar een stelsel gewone differentiaalvergelijkingen:

$$\left. \begin{aligned} f''' - 2(f')^2 + 3ff'' + \delta_1 g + \delta_2 h &= 0, & \text{a} \\ g'' + 3Prfg' &= 0, & \text{b} \\ h'' + 3Scfh' &= 0, & \text{c} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

waarbij we als transformatieconstante hebben genomen:

$$c = \left\{ \frac{g^*}{4\nu^2} (\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0) \right\}^{1/4}.$$

Verder is

$$\delta_1 = \frac{\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0}{\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0} \text{ en } \delta_2 = 1 - \delta_1 = \frac{\varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0}{\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0}.$$

Het accent betekent differentiatie naar η !

De randvoorwaarden worden nu:

$$\begin{aligned} \eta = 0 : f' = f'' = 0, \quad g = h = 1; \\ \eta = \infty : f' = 0, \quad g = h = 0. \end{aligned}$$

De snelheden kan men nu schrijven als:

$$\left. \begin{aligned} u &= 4\nu c^2 x^{1/2} f', & \text{a} \\ v &= -\nu c x^{-1/4} (3f - \eta f'), & \text{b} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

De parameter δ_1 geeft de verhouding weer van de warmteoverdracht t.o.v. de totale overdracht. Voor zuivere warmteoverdracht is $\delta_1 = 1$, en gaat stelsel (3) natuurlijk over in het stelsel, dat het klassieke probleem van Schmidt en Beckmann beschrijft:

$$\left. \begin{aligned} f''' - 2(f')^2 + 3ff'' + g &= 0, & \text{a} \\ g'' + 3Prfg' &= 0. & \text{b} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Voor isotherme verdamping is $\delta_1 = 0$ en vinden we

$$\left. \begin{aligned} f''' - 2(f')^2 + 3ff'' + h &= 0, & \text{a} \\ h'' + 3Scfh' &= 0. & \text{b} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2.4. WARMTE- EN STOFOVERDRACHT

De warmteflux en de massaflux, die aan het oppervlak optreden schrijven we resp. als:

$$\varphi_1'' = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$$

en

$$\varphi_2'' = -D \left(\frac{\partial \rho_w}{\partial y} \right)_{y=0}.$$

De plaatselijke overdrachtscoëfficiënten zijn voor de warmte- en stofoverdracht gedefinieerd als resp.:

$$\alpha_1 = \frac{\varphi_1''}{\theta_0}$$

en

$$\alpha_2 = \frac{\varphi_2''}{\omega_0}$$

en m.b.v. de affine transformatie vinden we

$$\text{en } \left. \begin{aligned} \alpha_1 &= -\lambda g'(0) c x^{-1/4} & a \\ \alpha_2 &= -D h'(0) c x^{-1/4} & b \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

waarin $g'(0) = \left(\frac{dg}{d\eta} \right)_{\eta=0}$ en $h'(0) = \left(\frac{dh}{d\eta} \right)_{\eta=0}$.

Gemiddeld over de hoogte L van de plaat kunnen we schrijven

$$\text{en } \left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_1 &= -\frac{4}{3} \lambda g'(0) c L^{-1/4} & a \\ \bar{\alpha}_2 &= -\frac{4}{3} D h'(0) c L^{-1/4} & b \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Men drukt gewoonlijk de plaatselijke en de gemiddelde overdracht uit in dimensieloze kengetallen, en wel voor de warmteoverdracht in dat van Nusselt en voor de stofoverdracht in dat van Sherwood:

$$Nu_x = \frac{\alpha_1 x}{\lambda}, \quad Nu_L = \frac{\bar{\alpha}_1 L}{\lambda}$$

en

$$Sh_x = \frac{\alpha_2 x}{D}, \quad Sh_L = \frac{\bar{\alpha}_2 L}{D}.$$

Met formules (7) en (8) geeft dit:

$$Nu_x = -g'(0) c x^{3/4} = -g'(0) \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4},$$

$$Nu_L = -\frac{4}{3} g'(0) c L^{3/4} = -\frac{4}{3} g'(0) \left(\frac{Gr_L}{4} \right)^{1/4},$$

$$Sh_x = -h'(0) c x^{3/4} = -h'(0) \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4},$$

$$Sh_L = -\frac{4}{3} h'(0) c L^{3/4} = -\frac{4}{3} h'(0) \left(\frac{Gr_L}{4} \right)^{1/4},$$

waarin het kengetal van Grashof is:

$$Gr_x = \frac{g^*}{\nu^2} (\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0) x^3$$

en

$$Gr_L = \frac{g^*}{\nu^2} (\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0) L^3.$$

2.5. NUMERIEKE OPLOSSING

We hebben het stelsel (3) numeriek opgelost voor $Pr = 0,71$ en $Sc = 0,63$ en voor verschillende waarden van δ_1 en δ_2 . In appendix A geven we de resultaten en vooraf beschrijven we in het kort de numerieke methode. In appendix B geven we de oplossingen van de stelsels (5) en (6). In appendix A zijn ook de oplossingen gegeven voor $\delta_1 = 1$ en $\delta_2 = 0$. Dat wil zeggen, dat voor het geval van zuivere warmteoverdracht ($\delta_1 = 1$) ook een oplossing bestaat voor de diffusievergelijking. Deze oplossing moeten we natuurlijk als limiet opvatten. De limiet n.l. waarin wel diffusie optreedt, maar de daaruit voortvloeiende concentratieverschillen geen bijdrage tot de stroming geven. Hetzelfde geldt voor de oplossing van de energievergelijking bij isotherme verdamping ($\delta_1 = 0$). De oplossing van stelsel (3) voor $\delta_1 = 1$ is verder geheel in overeenstemming met de oplossing van stelsel (5), en die voor $\delta_1 = 0$ met de oplossing van stelsel (6).

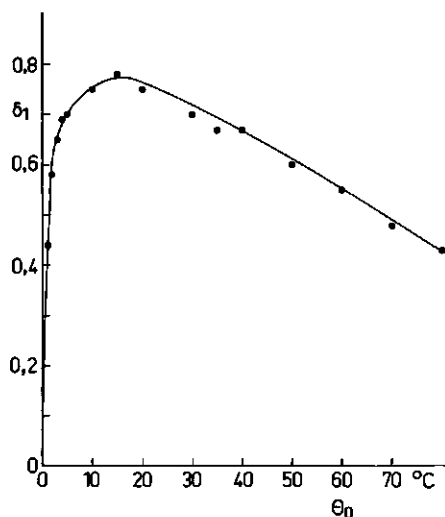


FIG. 6. Verloop van δ_1 als functie van θ_0 , berekend bij $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ en $p_\infty = 10 \text{ mm Hg}$.

Niet alle waarden voor δ_1 hebben praktische betekenis voor ons probleem van een vochtige verticale plaat. Doordat aan de wand de dampspanning en temperatuur gekoppeld zijn, zal niet elke waarde van δ_1 optreden. Fig. 6 geeft ongeveer het verloop van δ_1 als functie van θ_0 berekend voor het geval waarbij $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ en $p_\infty = 10 \text{ mm}$. Het bleek bij ons experiment alleen mogelijk te meten bij waarden voor δ_1 tussen 0,70 en 0,75. Voor kleinere waarden van δ_1 wordt het temperatuurverschil te klein om nog voldoende nauwkeurig te meten, voor het bereiken van grotere temperatuurverschillen konden wij geen voldoende vermogen ontwikkelen.

Zuivere warmteoverdracht en isotherme verdamping hebben we wel gemeten, wat dus opgesloten ligt in de limietoplossingen voor $\delta_1 = 1$ en $\delta_1 = 0$. We kunnen aan deze limietoplossingen zien, wat we voor maximale discrepantie kunnen verwachten tussen de oplossingen voor zuivere overdracht en die voor simultane overdracht. Zo hebben we in fig. 7 de temperatuurprofielen aangegeven voor $\delta_1 = 1$ en $\delta_1 = 0$ en de concentratieprofielen voor $\delta_1 = 1$ en $\delta_1 = 0$. We zien dat de discrepanties te gering zijn om de limietprofielen zelf te tekenen.

In tabel 1 hebben we nog eens de in appendix A gegeven waarden voor $\eta = 0$ als functie van δ_1 , ter vergelijking onder elkaar gezet. Beschouwen we nu weer de limietoplossingen dan zien we aan $g'(0)$ en $h'(0)$, dat de discrepantie tussen de overdracht van $\delta_1 = 1$ en de overdracht voor $\delta_1 = 0$ slechts 2% bedraagt. Het verloop van $g'(0)$ en $h'(0)$ tussen die waarden is monotoon. Dat wil dus zeggen dat het verschil tussen $g'(0)$ voor zuivere overdracht en voor simultane overdracht ten hoogste 2% bedraagt. Hetzelfde geldt voor $h'(0)$. Voor het meer realistische simultane probleem $\delta_1 = 0,75$ is deze afwijking nog veel kleiner. Dit houdt in, dat we bij ons simultane probleem de bijdragen door warmte- en stof-

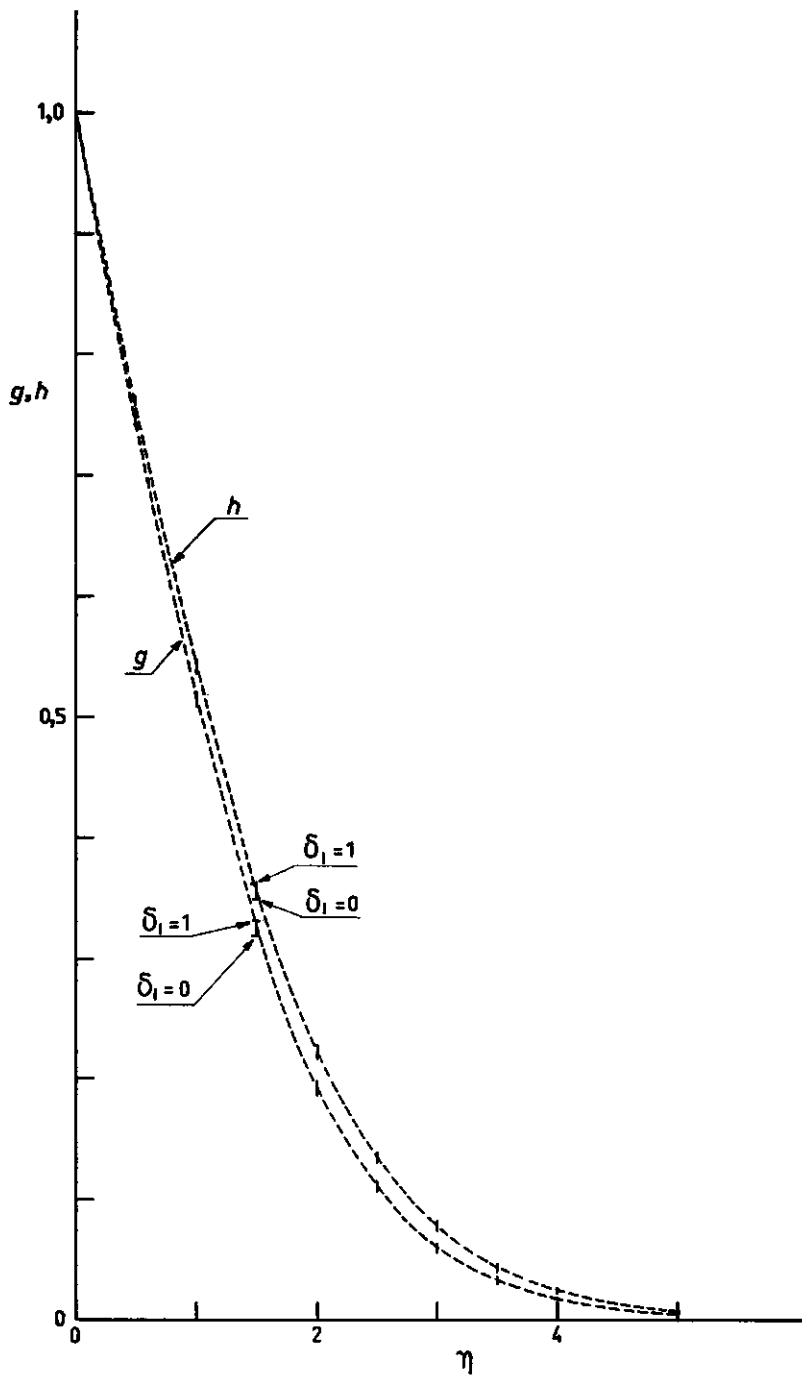


FIG. 7. Temperatuur- en concentratieprofielen bij simultane overdracht. De verticale lijntjes geven de limietoplossingen voor $\delta_1 = 1$ en $\delta_1 = 0$, dus de grenzen waarbinnen de profielen liggen.

TABEL 1.

δ_1	$f(0)$	$f'(0)$	$f''(0)$	$g(0)$	$g'(0)$	$h(0)$	$h'(0)$
0,0	0	0	0,68969	1	-0,51057	1	-0,48068
0,01	0	0	0,68957	1	-0,51049	1	-0,48060
0,1	0	0	0,68848	1	-0,50976	1	-0,47988
0,2	0	0	0,68726	1	-0,50894	1	-0,47907
0,3	0	0	0,68604	1	-0,50811	1	-0,47825
0,4	0	0	0,68482	1	-0,50728	1	-0,47743
0,5	0	0	0,68360	1	-0,50643	1	-0,47660
0,6	0	0	0,68238	1	-0,50558	1	-0,47575
0,7	0	0	0,68115	1	-0,50472	1	-0,47490
0,75	0	0	0,68054	1	-0,50429	1	-0,47447
0,8	0	0	0,67992	1	-0,50385	1	-0,47404
0,9	0	0	0,67869	1	-0,50297	1	-0,47317
0,99	0	0	0,67758	1	-0,50218	1	-0,47238
1,0	0	0	0,67745	1	-0,50209	1	-0,47229

overdracht praktisch als optelbaar kunnen beschouwen. Experimenteel kunnen we niet verwachten de hieruit voortkomende discrepanties aan te tonen.

Wat betreft de stroming zien we uit de tabellen van appendix A, dat de maximale waarde van $f'(\eta)$ tussen $\delta_1 = 0$ en $\delta_1 = 1$ niet meer afneemt dan ca. 3%. De verticale snelheid, die recht evenredig is met $f'(\eta)$, zal dus ook niet meer dan 3% verschillen.

2.6. DE NUMERIEKE OPLOSSING NADER BEKEKEN

Voor ons experiment is de gelijktijdigheid in het optreden van de warmte- en de stofoverdracht dus niet van belang. Theoretisch is het echter toch wel interessant nog even stil te staan bij de resultaten van de numerieke oplossing. Doordat we het stelsel (3) hebben opgelost voor verschillende waarden van de ingevoerde parameter δ_1 kunnen we het effect zien van stofoverdracht op warmteoverdracht en omgekeerd. In fig. 7 zien we dat, uitgaande van zuivere warmteoverdracht, door toevoeging van stofoverdracht de thermische grenslaag iets wordt versmald en dat, uitgaande van isotherme verdamping, door toevoeging van warmteoverdracht de concentratiegrenslaag iets wordt verbreed.

De oorzaak van dit effect moeten we zoeken in het feit, dat de koppeling tussen het temperatuurveld en het concentratieveld plaatsvindt d.m.v. het snelheidsveld. We zien, dat de concentratiegrenslaag dikker is dan de thermische grenslaag. Dit hangt samen met de grootte van $Pr = 0,71$ en $Sc = 0,63$. Gaan we nu uit van isotherme verdamping, dan wordt het snelheidsveld volledig bepaald door het concentratieveld. In dit geval is immers $\delta_1 = 0$, hetgeen betekent dat de stroming alleen door de concentratie en niet door de temperatuur wordt bepaald. Nu weten we dat voor $Sc < 1$ het snelheidsveld niet kleiner is dan het concentratieveld. Voegen we er nu een beetje warmteoverdracht aan toe, dan

zal dit nog nauwelijks invloed hebben op het snelheidsveld dat dus groter zal blijven dan het temperatuurveld. Dit wordt door de warmteoverdracht geïnterpreteerd als horend bij een grotere Pr , d.w.z. de thermische grenslaag wordt smaller.

Gaan we daarentegen uit van zuivere warmteoverdracht waar we een beetje stofoverdracht aan toevoegen dan laat eenzelfde redenering ons zien, dat het snelheidsveld kleiner is dan het concentratieveld hetgeen nu geïnterpreteerd wordt als stofoverdracht bij een kleinere Sc , hetgeen dan verbreding van de concentratiegrenslaag tot gevolg heeft.

2.7. DE SNELHEID AAN DE WAND

Door het optreden van verdamping aan de wand is niet voldaan aan de randvoorwaarde $v = 0$ voor $y = 0$, zoals bij stelsel (1) was gegeven. Indien de randcondities van het concentratieveld niet van x afhangen kunnen we voor deze snelheid schrijven (zie b.v. ADAMS en LOWELL (1968)):

$$v(0) = -D \frac{C_{w,0} - C_{w,\infty}}{1 - C_{w,0}} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (9)$$

Bij de afleiding hiervan wordt gebruik gemaakt van het feit, dat de wand niet doorlatend is voor lucht. We kunnen (9) herleiden tot:

$$v(0) \simeq -D \frac{\frac{5}{8} \Pi_0}{B - p_0} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_{y=0},$$

of met $\eta = c y x^{-1/4}$ tot:

$$v(0) \simeq -D c x^{-1/4} h'(0) \frac{\frac{5}{8} \Pi_0}{B - p_0}. \quad (10)$$

Met (4 b):

$$v(0) = -v c x^{-1/4} 3 f(0)$$

vinden we:

$$f(0) \simeq \frac{1}{3 Sc} \frac{\frac{5}{8} \Pi_0}{B - p_0} h'(0). \quad (11)$$

Is aan (9) voldaan, dan kunnen we van de affine transformatie gebruik blijven maken omdat op deze manier $f(0)$ alleen van η afhangt.

Het is echter in principe niet gemakkelijk stelsel (3) numeriek op te lossen met als randvoorwaarde (11), daar deze juist van de gevraagde $h'(0)$ afhangt en we zouden dus ook op de randvoorwaarde een iteratiemethode moeten toepassen. Als $f(0)$ echter klein is, zouden we dit als storing kunnen opvatten t.o.v. het geval waarbij $f(0) = 0$ en dan met de aldus bekende $h'(0)$ een schatting maken van $f(0)$, om opnieuw $h'(0)$ te berekenen. Door substitutie van $h'(0)$ volgens tabel 1 in (11) samen met de bij ons experiment geldende waarden voor Sc , Π_0 , B en p_0 vonden we de volgende schatting voor $f(0)$. Voor isotherme verdamping: $f(0) \simeq -0,002$ à $-0,003$ en voor simultane overdracht: $f(0) \simeq -0,005$ à $-0,006$.

2.8. SCHATTING VAN HET EFFECT

We hebben nu stelsel (3) weer numeriek opgelost voor $\delta_1 = 0,75$ met nu als randvoorwaarden $f(0) = -0,006, -0,008, -0,01$ en stelsel (6) met $f(0) = -0,002, -0,004, -0,006$. Deze waarden zijn wat aan de hoge kant gekozen, zodat we een duidelijk beeld krijgen van een eventueel optredend effect. De resultaten zijn gegeven resp. in appendix A en B, en waarden voor $\eta = 0$ zijn nog eens opgeschreven resp. in tabel 2 en 3.

Omdat bij ons experiment een waterfilm naar beneden zakte is ook niet voldaan aan de randvoorwaarde $u = 0$ voor $y = 0$. Hoewel hiervoor beslist geen affine transformatie mogelijk is kunnen we wel iets zeggen over een eventueel effect. Via een schatting van het waterdebiet bepaalden we een waarde voor $u(0)$, die aan de ruime kant gehouden werd. Met behulp van (4a) berekenden we hieruit een gemiddelde waarden voor $f'(0)$. We vonden $f'(0) \simeq -0,01$. We hebben

TABEL 2.

$f(0)$	$f'(0)$	$f''(0)$	$g(0)$	$g'(0)$	$h(0)$	$h'(0)$
0	0	0,68054	1	-0,50429	1	-0,47447
-0,006	0	0,67946	1	-0,49754	1	-0,46857
-0,008	0	0,67909	1	-0,49530	1	-0,46661
-0,010	0	0,67872	1	-0,49307	1	-0,46465
0	-0,01	0,69141	1	-0,49962	1	-0,47029
-0,008	-0,01	0,68982	1	-0,49065	1	-0,46244

TABEL 3.

$f(0)$	$f'(0)$	$f''(0)$	$h(0)$	$h'(0)$
0	0	0,68969	1	-0,48068
-0,002	0	0,68927	1	-0,47868
-0,004	0	0,68884	1	-0,47669
-0,006	0	0,68841	1	-0,47470
0	-0,01	0,70049	1	-0,47648
-0,004	-0,01	0,69957	1	-0,47250

daarna stelsel (3) opgelost voor $f(0) = -0,008$ en $f'(0) = -0,01$ en stelsel (6) voor $f(0) = -0,004$ en $f'(0) = -0,01$. (zie appendix A en B en tabellen 2 en 3).

In de tabellen kunnen we zien, dat de overdracht wat afneemt, voor de gekozen randvoorwaarden. Dit is zeer logisch, van het omlaagstromen van het waterlaagje zal een zekere remming van de convectie uit kunnen gaan; door de verdamping aan de wand kunnen we verwachten dat de grenslaag iets wordt opgeblazen. Dit laatste is geheel in overeenstemming met de resultaten van EICHHORN (1960) en GILL, DEL CASAL en ZEH (1965), en ook kwantitatief komen onze resultaten hiermee overeen. We zien echter ook dat het maximale effect op de overdracht door deze geschatte wandsnelheden de 2% niet overschrijdt. Het is zelfs zeer aannemelijk dat het effect in de praktijk veel kleiner is zodat we het kunnen verwaarlozen. We blijven dan ook uitgaan van de oplossingen met $f(0) = f'(0) = 0$.

2.9. CORRECTIE VOOR NIET-UNIFORME OMGEVING

CHEESEWRIGHT (1966, 1967) heeft het probleem van stationaire warmteoverdracht in lucht aan een vlakke plaat bekeken, waarbij als extra-complicatie in de omgeving een zekere verticale gradiënt optreedt. Hij stelde affiniteitsvoorwaarden op waaruit bleek dat een affiene oplossing mogelijk was indien de omgevingstemperatuur T_∞ zou voldoen aan:

$$T_0 - T_\infty = A x^n, \text{ met constante } A. \quad (12)$$

Voor dit geval krijgt stelsel (5) de gedaante:

$$\left. \begin{aligned} f''' - (2n + 2)(f')^2 + (n + 3)ff'' + g &= 0, & \text{a} \\ g'' + Pr(n + 3)fg' + 4nPrf'g &= 0. & \text{b} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

We zien dat voor het geval van uniforme omgevingstemperatuur, waarbij $n = 0$ stelsel (13) overgaat in stelsel (5). In appendix C geven we de oplossing van Cheesewright van stelsel (13) voor 3 waarden van n en in fig. 8a en b zien we het effect nog eens geïllustreerd aan de hand van een aantal temperatuur- en snelheidsprofielen.

De door ons gemeten verticale temperatuurverdelingen van de omgeving bleken redelijk goed door (12) te kunnen worden voorgesteld. Cheesewright kwam bij zijn metingen tot een zelfde conclusie. Wel zal voor normaal voorkomende verdelingen n kleiner dan 0 zijn: immers voor hogere waarden van x zal in de regel T_∞ toenemen. Bovendien zou voor positieve waarden van n niet voldaan kunnen worden aan de randvoorwaarde $u(\infty) = 0$, zodat de oplossing hiervoor ook niet veel betekenis zou hebben. In fig. 9 is de overdracht in de vorm (zie 2.4.)

$$\frac{Nu_x}{Gr_x^{1/4}} = \frac{-g'(0)}{2^{1/2}}$$

uitgezet als functie van n .

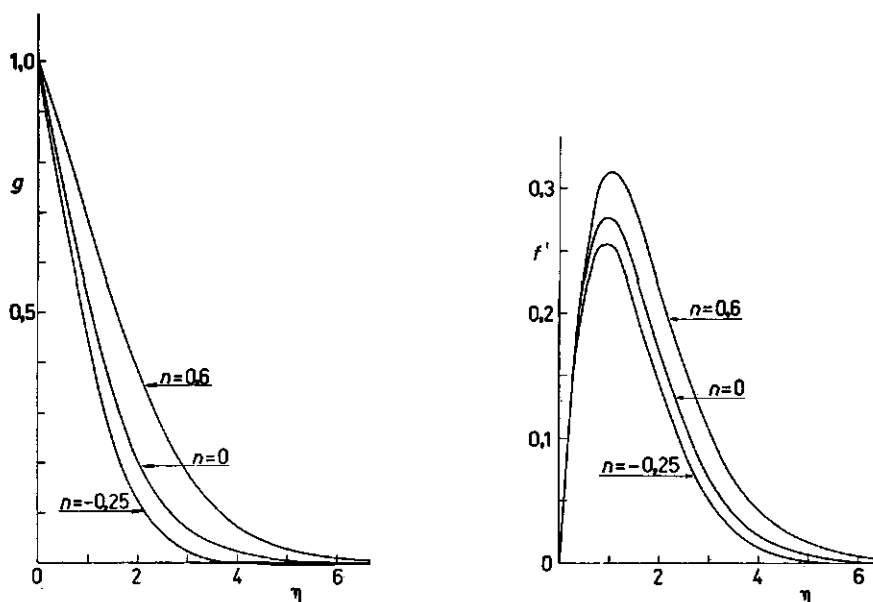


FIG. 8a, b. Temperatuur- en snelheidsprofiel beïnvloed door een verticale temperatuurgradiënt in de kamer, ontleend aan CHEESEWRIGHT (1966).

Fig. 10 geeft de temperatuurverdeling zoals we meestal hebben gemeten bij $\theta_0 \approx 10^\circ\text{C}$. Dit kwam gemiddeld overeen met een waarde voor n van ca. $-0,03$. Voor lagere waarde van θ_0 kan n soms iets kleiner zijn, voor hogere θ_0 wel groter (d.w.z. minder van nul verschillend). We hebben wel gradiënten gemeten waarbij $n = -0,05$, maar dat is de uiterste waarde, die we hebben gevonden. Voor $n = -0,03$ kunnen we aan fig. 9 zien, dat we moeten rekening houden met een verhoging van de overdracht met ca. 2%. De correctie is aan de ene kant

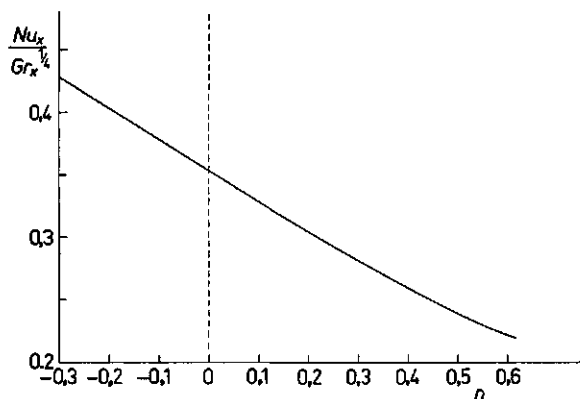


FIG. 9. Invloed van het Cheesewright-effect op de warmteoverdracht.

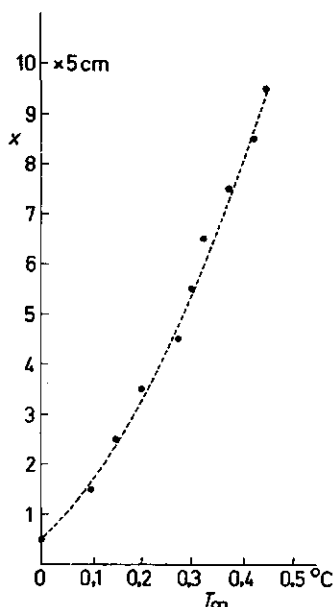


FIG. 10. Temperatuurverdeling in de kamer zoals bij onze experimenten meestal optrad voor $\theta_0 \approx 10^{\circ}C$.

niet zo klein dat we hem willen verwaarlozen. Aan de andere kant is hij wel zo klein, dat het geen zin heeft stelsel (3) nog eens op te lossen anders dan voor $n = 0$. We mogen best voor ons experiment deze 'Cheesewright-correctie', wat onnauwkeurig schattend, op 2% stellen.

2.10. HET CYLINDERPROBLEEM

Ons experimentele werk heeft betrekking op de verticale cylinder. Dit zou betekenen, dat we alle voorafgaande berekeningen zouden moeten herhalen voor een cilindrisch oppervlak. Zoals reeds gezegd (1.10) kunnen we voor het probleem van de overdracht langs een verticale cylinder blijven uitgaan van de gewone vlakke-plaat-oplossing als we hierop een storingsrekening toepassen. Een en ander werd reeds aangegeven door SPARROW en GREGG (1956) en KUIKEN (1967). Fig. 11 geeft weer de keuze van het coördinatenstelsel. De grenslaagvergelijkingen krijgen nu de gedaante:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial r} &= 0, & \text{a} \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} &= g^* \frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right), & \text{b} \\ u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial r} &= \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right), & \text{c} \\ u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial r} &= \frac{D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right), & \text{d} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

waarbij weer geldt:

$$\frac{\rho_\infty - \rho}{\rho} \simeq \varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 g + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0 h.$$

We kiezen weer een stroomfunctie zodanig dat aan de continuïteitsvergelijking is voldaan:

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Als transformatie nemen we

$$\eta = c \frac{r^2 - r_0^2}{2r} x^{-1/4},$$

indien we r_0 zeer groot nemen en $y = r - r_0$ gaat dit over in:

$$\eta = c y x^{-1/4}.$$

We kiezen als stoorparameter

$$\xi = \frac{2 x^{1/4}}{r_0 c}.$$

De keuze van deze stoorparameter is natuurlijk wiskundig bepaald. Fysisch kan men er natuurlijk dit van zeggen, dat erin tot uitdrukking komt dat de verhou-

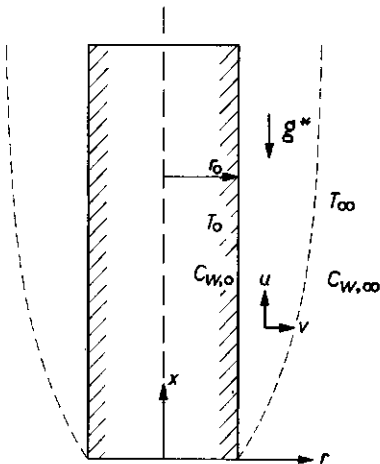


FIG. 11. Coördinatenstelsel voor het cylinderprobleem.

ding tussen grenslaagdikte en cylinderdiameter bepalend is voor de afwijking van het vlakke-plaat-geval. Als we nu uitgaan van

$$\psi = 4 \nu c r_0 x^{3/4} f(\xi, \eta), \quad g(\xi, \eta) = \frac{\theta}{\theta_0}, \quad h(\xi, \eta) = \frac{\omega}{\omega_0},$$

dan gaat het stelsel (14) over in:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3} - 2 \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^2 + 3f \frac{\partial^3 f}{\partial \eta^2} + \delta_1 g + \delta_2 h + \\ + \xi \left[\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \eta \frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3} + \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} - \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial \xi} \right] &= 0, \quad \text{a} \\ \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} + 3 Pr f \frac{\partial g}{\partial \eta} + \xi \left[\frac{\partial g}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} + Pr \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial g}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial g}{\partial \eta} \right) \right] &= 0, \quad \text{b} \\ \frac{\partial^2 h}{\partial \eta^2} + 3 Sc f \frac{\partial h}{\partial \eta} + \xi \left[\frac{\partial h}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 h}{\partial \eta^2} + Sc \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial h}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial h}{\partial \eta} \right) \right] &= 0. \quad \text{c} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

We ontwikkelen nu f , g en h naar ξ :

$$\begin{aligned} f(\xi, \eta) &= f_0(\eta) + \xi f_1(\eta) + \xi^2 f_2(\eta) + \dots, \\ g(\xi, \eta) &= g_0(\eta) + \xi g_1(\eta) + \xi^2 g_2(\eta) + \dots, \\ h(\xi, \eta) &= h_0(\eta) + \xi h_1(\eta) + \xi^2 h_2(\eta) + \dots \end{aligned}$$

Rangschikken naar machten van ξ doet bovenstaand stelsel (15) overgaan in de volgende stelsels:

Nulde-orde:

$$\left. \begin{aligned} f_0''' + 3f_0 f_0'' - 2(f_0')^2 + \delta_1 g_0 + \delta_2 h_0 &= 0, \quad \text{a} \\ g_0'' + 3Pr f_0 g_0' &= 0, \quad \text{b} \\ h_0'' + 3Sc f_0 h_0' &= 0. \quad \text{c} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Eerste-orde

$$\left. \begin{aligned} f_1''' + f_0'' + \eta f_0''' - 5f_0' f_1' + 4f_0'' f_1 + 3f_1'' f_0 + \delta_1 g_1 + \delta_2 h_1 &= 0, \quad \text{a} \\ g_1'' + g_0' + \eta g_0'' - Pr(f_0' g_1 - 4f_1 g_0' - 3f_0 g_1') &= 0, \quad \text{b} \\ h_1'' + h_0' + \eta h_0'' - Sc(f_0' h_1 - 4f_1 h_0' - 3f_0 h_1') &= 0. \quad \text{c} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Tweede-orde:

$$\begin{aligned}
 & f_2''' + f_1'' + \eta f_1''' - 6f_0'f_2' - 3(f_1')^2 + 5f_0''f_2 + 4f_1''f_1 + \\
 & + 3f_2''f_0 + \delta_1 g_2 + \delta_2 h_2 = 0, \\
 & g_2'' + g_1' + \eta g_1'' - Pr(f_1'g_1 + 2f_0'g_2 - 5f_2g_0' - 4f_1g_1' - \\
 & - 3f_0g_2') = 0, \\
 & h_2'' + h_1' + \eta h_1'' - Sc(f_1'h_1 + 2f_0'h_2 - 5f_2h_0' - 4f_1h_1' - \\
 & - 3f_0h_2') = 0.
 \end{aligned}
 \quad \left. \begin{array}{l} \text{a} \\ \text{b} \\ \text{c} \end{array} \right\} (18)$$

De randvoorwaarden luiden:

$$\begin{aligned}
 \eta = 0: f_0 = f_1 = f_2 = 0, & \quad \eta = \infty: f_0' = f_1' = f_2' = 0, \\
 f_0' = f_1' = f_2' = 0, & \quad g_0 = g_1 = g_2 = 0. \\
 g_0 = h_0 = 1, \quad g_1 = g_2 = 0. & \quad h_0 = h_1 = h_2 = 0. \\
 h_1 = h_2 = 0.
 \end{aligned}$$

We zien dus dat het nulde-orde stelsel (16) identiek is aan stelsel (3) voor de vlakke plaat.

2.11. DE CYLINDER-OPLOSSING.

Het bleek nogal moeilijk te zijn stelsels (17) en (18) numeriek op te lossen. Het is ons alleen gelukt voor zuivere warmteoverdracht en isotherme verdamping, waarvan de oplossingen in appendix D zijn gegeven. Oplossingen voor simultane overdracht zouden we misschien wel hebben kunnen vinden. Dit vergde echter een nieuwe numerieke methode die te veel tijd ging kosten. We hebben dit achterwege gelaten omdat, zoals we aan tabel 4 en 5 kunnen zien, de eerste-orde termen voor de overdracht, dus $g_1'(0)$ en $h_1'(0)$, slechts ca. 5% schelen, zodat het niet veel nut heeft om alsnog het eerste- en tweede-orde-stelsel op te lossen voor het simultane probleem.

Om de grootte van het cylindereffect te bepalen moeten we een goed geschatte waarde voor de stoorparameter ξ hebben. Voor ons experiment bleek bij zuivere

TABEL 4.

$f_0(0)$	$f_0'(0)$	$f_0''(0)$	$g_0(0)$	$g_0'(0)$
0	0	0,67745	1	-0,50209
$f_1(0)$	$f_1'(0)$	$f_1''(0)$	$g_1(0)$	$g_1'(0)$
0	0	0,06097	0	-0,23022
$f_2(0)$	$f_2'(0)$	$f_2''(0)$	$g_2(0)$	$g_2'(0)$
0	0	-0,00493	0	0,02770

TABEL 5.

$f_0(0)$	$f'_0(0)$	$f''_0(0)$	$h_0(0)$	$h'_0(0)$
0	0	0,68969	1	-0,48068
$f_1(0)$	$f'_1(0)$	$f''_1(0)$	$h_1(0)$	$h'_1(0)$
0	0	0,06298	0	-0,22973
$f_2(0)$	$f'_2(0)$	$f''_2(0)$	$h_2(0)$	$h'_2(0)$
0	0	-0,00548	0	0,02895

warmteoverdracht en simultane overdracht $\xi = 0,08$ te zijn; voor isotherme verdamping was $\xi = 0,14$. Voor $g'(0)$ en $h'(0)$ kunnen we schrijven:

$$g'(0) = g'_0(0) + \xi g'_1(0) + \xi^2 g'_2(0)$$

en

$$h'(0) = h'_0(0) + \xi h'_1(0) + \xi^2 h'_2(0).$$

Hiermee vinden we, dat voor $\xi = 0,08$ de overdracht ca. 4% toeneemt, en voor $\xi = 0,14$ ca. 6% in vergelijking met de overdracht aan de vlakke plaat. Dit komt uitstekend overeen met de resultaten van SPARROW en GREGG (1956). Zij hebben in hun artikel de verhouding van Nu_x voor de cylinder en Nu_x voor de vlakke plaat uitgezet als functie van ξ .

In fig. 12 hebben we voor de zuivere warmteoverdracht de temperatuurprofielen vergeleken voor $\xi = 0$ en $\xi = 0,08$. Hierbij valt op dat het profiel eerst steiler loopt, zodat een hogere overdracht optreedt, maar vervolgens vlakker gaat lopen om tenslotte boven het profiel van de vlakke plaat uit te komen; dit is wel aannemelijk, daar de warmteflux verder van het cylinderoppervlak weg sterk gaat afnemen.

2.12. CONCLUSIE

Met dit hoofdstuk hebben we aangetoond, dat voor ons experiment de klassieke Pohlhausen-methode met de Ostrach-oplossing een goede basis oplevert voor de theoretische beschrijving ervan. Het simultane probleem blijkt goed beschreven te kunnen worden door de twee afzonderlijke effecten bij elkaar op te tellen, hetgeen duidelijk is gebleken uit de oplossing van dit probleem als functie van δ_1 . Verder hebben we laten zien, dat de invloed van de verdampingssnelheid aan de wand zeer klein is, zodat we er hier experimenteel inderdaad van mogen uitgaan dat de warmteoverdracht en stofoverdracht zich analoog gedragen.

Ook bij het probleem van overdracht aan een verticale cylinder blijft de vlakke-plaat-oplossing als basis bruikbaar. We hebben op deze manier een goede schatting kunnen maken voor de verhoging van de overdracht van het cylinder-probleem in vergelijking met de vlakke-plaat-oplossing. Samen met een Cheesewright-correctie kunnen we voor ons experiment een correctie van ca. 6% verwachten. Dit effect is niet verwaarloosbaar, al valt het wel binnen de meetnauwkeurigheid van de meeste van dit soort experimenten.

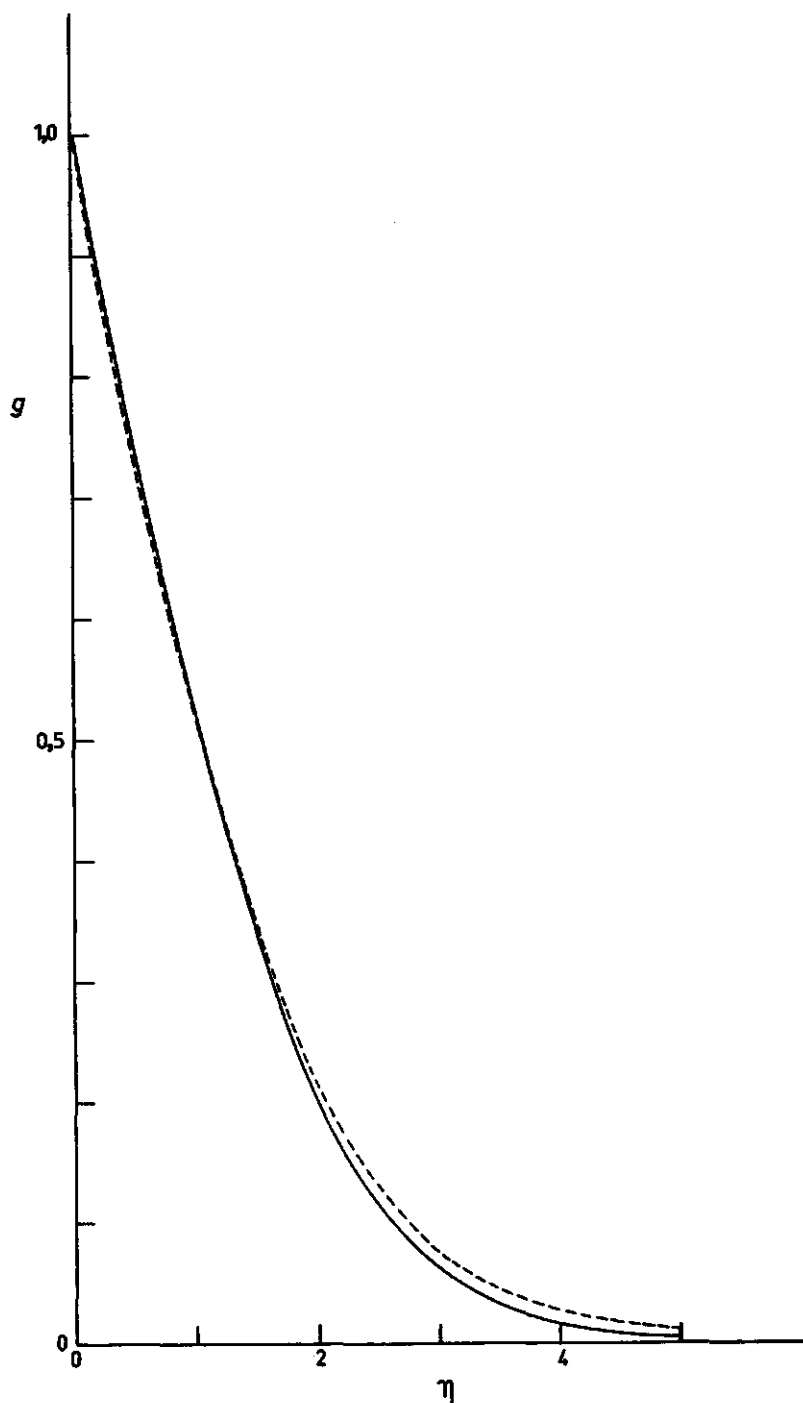


FIG. 12. Vergelijking van de theoretische temperatuurprofielen voor de vlakke plaat (getrokken lijn) en de verticale cylinder met $\xi = 0,08$ (onderbroken lijn).

3. HET EXPERIMENT

3.1. INLEIDING

We beschrijven in dit hoofdstuk onze experimenten. Zoals we reeds zeiden, hebben we warmte- en stofoverdracht gemeten aan een cylinder. Hierbij blijkt dat de resultaten in zeer goede overeenstemming zijn met de verwachting die we op grond van de theoretische berekeningen in hoofdstuk 2 hebben gegeven. Dat we dit konden vaststellen is voor een belangrijk deel het gevolg van het feit dat wij er redelijk in geslaagd zijn de (stof)overdracht plaatselijk te meten. Daarnaast hadden we de beschikking over een nauwkeurige vochtmeter. Warmteoverdracht kan uit metingen berekend worden door het temperatuurprofiel te meten en de gradiënt aan de wand te bepalen. Voor stofoverdracht is het evenwel zeer moeilijk concentratieprofielen door te meten. Bij overdracht van zware moleculen kan men wel profielen meten m.b.v. een interferometer, (zie b.v. ADAMS en MCFADDEN (1966)), maar voor verdamping van water is dit niet mogelijk. DOE (1967) o.a. heeft zich beziggehouden met de ontwikkeling van een vochtmeter van zeer kleine afmeting (ca. 0,01 mm), waarmee in principe de vochtgrenslaag zou kunnen worden doorgemeten. Deze vochtmeter is in feite een dauwpuntsmeter, maar dit instrument is nog alleen geschikt voor een hoge vochtigheid, en verkeert bovendien nog in een experimenteel stadium. Wij hebben de stofoverdracht bepaald door het elektrisch vermogen te meten, dat nodig is voor de verdamping. Het nadeel van deze methode is, dat de overdracht niet zo makkelijk plaatselijk is te meten. Ons apparaat is echter zo geconstrueerd, dat dit in beperkte mate toch mogelijk was.

Een cylinder heeft het voordeel boven een vlakke plaat, dat we minder last hebben van randproblemen, die vooral bij het uniform bevochtigen van het oppervlak kunnen optreden. Daarnaast heeft een cylinder geen 'achterkant', zodat daardoor geen warmtelek op kan treden. Wij zullen nu eerst apparaat en meetmethode beknopt beschrijven en vervolgens de resultaten van onze metingen geven. We laten zien hoe we de theorie met onze metingen principieel kunnen verifiëren (3.3). Ook geven we kort aan hoe voor zuivere warmte- en stofoverdracht uit de metingen direct overdrachtscoëfficiënten kunnen worden gevonden (3.4). Wij hebben de volgende metingen gedaan:

1. *Zuivere warmteoverdracht*: Hierbij hebben we de warmteoverdracht zowel m.b.v. het elektrisch vermogen als m.b.v. profielmetingen bepaald.
2. *Isotherme verdamping*: Hierbij hebben we de stofoverdracht alleen m.b.v. het elektrisch vermogen bepaald.
3. *Simultane overdracht*: Hierbij hebben we de warmteoverdracht m.b.v. profielmetingen bepaald en daarmee en m.b.v. het totale elektrische vermogen de stofoverdracht.

3.2. HET APPARAAT

Als cylinder fungeerde een plasticpijp van 25 cm diameter, opgevuld met tempexschijven, en met een te verwarmen oppervlak van 50 cm hoogte. Hiertoe was de cylinder aan de buitenzijde gewikkeld met 0,2 mm dik geïsoleerd manganindraad, in 10 afzonderlijke zones van elk 5 cm hoogte (zie fig. 13). Op deze manier werd het vermogen zo goed mogelijk aan het oppervlak zelf gedissipeerd en konden we (in beperkte mate) de x -afhankelijkheid van de overdracht bepalen door het vermogen in elke zone afzonderlijk te regelen en te meten.

Teneinde een idee te krijgen over de temperatuuruniformiteit van het oppervlak waren in elke zone 5 koper-constantaan thermokoppellassen aangebracht: 3 lassen boven elkaar op resp. 5,0, 25,0 en 45,0 mm hoogte, de 2 andere op 25,0 mm hoogte telkens 120° verder (zie fig. 14). De lassen, 0,2 mm breed en ca. 5 mm lang, lagen horizontaal omgebogen in het oppervlak direct achter de manganinwindingen. Op deze wijze werd goed thermisch contact gewaarborgd met de stookwikkeling, daar deze met een dunne laklaag op de cylinder was vastgeplakt.

De constantaandraden van alle lassen waren samengenomen, de koperdraden op een thermospanningvrije schakelaar aangesloten, waarvan de contacten automatisch werden afgetast. De thermospanning t.o.v. één van de 50 koppels konden via een nul-detector en een recorder worden geregistreerd. We konden zo voor 50 plaatsen de temperatuur vergelijken met een nauwkeurigheid van ca. $0,02^\circ\text{C}$. Tevens werd op 45 plaatsen in de kamer de temperatuur geregistreerd om een idee te krijgen van eventueel aanwezige gradiënten. Naast de al genoemde 50 lassen, waren daarvoor nog eens 45 lassen in de kamer aangebracht en als boven op de schakelaar aangesloten. De eerste 50 lassen zijn verdeeld in 3 series, de 45 in de kamer in 4 series (zie fig. 15). Daar we met al deze koppels

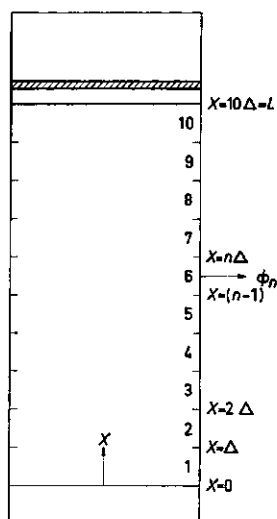


FIG. 13. De cylinder met zone-indeling.

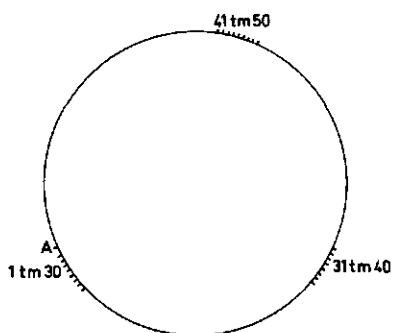


FIG. 14. Boven- en zijaanzicht van de cylinder met de verdeling van de thermokoppellassen.

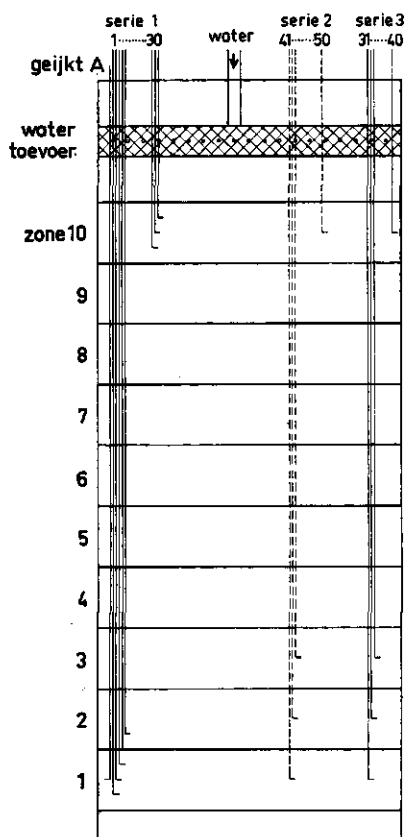
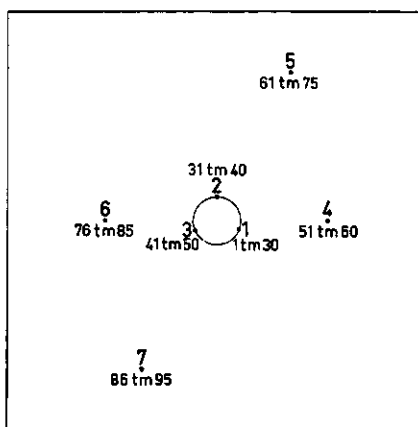


FIG. 15. Plaatsing van de cylinder in de kamer met de verschillende thermokoppelseries.



geen preciese temperatuurverschillen bepaalden kon ijking achterwege blijven. In de onderste zone bevindt zich tevens nog een aparte las A (zie fig. 14) die verbonden is zowel met een las B, op gelijke hoogte als las A in de kamer op ca. 30 cm afstand van het oppervlak, als met een las C in smeltend ijs. Deze 3 thermokoppels zijn wel geijkt en de temperatuurverschillen konden we bepalen met een nauwkeurigheid van 0,05°C.

Voor de stofoverdrachtsmetingen kon om de cylinder een dunne katoenen doek worden aangebracht die aan de bovenkant gelijkmatig werd bevochtigd met gedestilleerd water. Het vermogen van elke zone werd daarbij zo ingesteld dat de oppervlaktetemperatuur zo uniform mogelijk was.

3.3. MEETMETHODEN

Voor de lokale warmte- en stofflux ter plaatse x kunnen we respectievelijk schrijven:

$$\begin{aligned}\varphi_{x'',1} &= -g'(0) \lambda \theta_0 c x^{-1/4}, \\ \varphi_{x'',2} &= -h'(0) r D \omega_0 c x^{-1/4}.\end{aligned}\tag{19}$$

Hierbij hebben we de stofflux uitgedrukt in de warmteflux, nodig voor de verdamping, waarbij r de verdampingswarmte voorstelt. Voor de n^{de} zone, zie fig. 13, die van $x = (n-1)\Delta$ tot $x = n\Delta$ loopt, vinden we voor de warmte- en stofstroom:

$$\begin{aligned}\varphi_{n,1} &= -g'(0) \frac{4}{3} l \lambda \theta_0 c \Delta^{3/4} \{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}, \\ \varphi_{n,2} &= -h'(0) \frac{4}{3} l r D \omega_0 c \Delta^{3/4} \{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\},\end{aligned}\tag{20}$$

waarin $l = 2\pi r_0$, r_0 de straal van de cylinder en Δ de hoogte van een zone is. Met

$$\omega_0 = \frac{\Pi_0}{760} \cdot \frac{273}{T_0} \cdot \frac{M_w}{22,4} \cdot \varepsilon_2$$

en

$$c = \left\{ \frac{g^*}{4v^2} (\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0) \right\}^{1/4}$$

wordt (20)

$$\begin{aligned}\varphi_{n,1} &= -g'(0) \sigma_1 \theta_0^{5/4} \delta_1^{-1/4} \{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}, \\ \varphi_{n,2} &= -h'(0) \sigma_2 \Pi_0^{5/4} \delta_2^{-1/4} \{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\},\end{aligned}\tag{21}$$

waarin

$$\sigma_1 = \frac{4}{3} l \lambda \left\{ \frac{g^*}{4v^2} \varepsilon_1 \beta_1 \Delta^3 \right\}^{1/4},$$

$$\sigma_2 = \frac{4}{3} l r D \frac{1}{760} \cdot \frac{273}{T_0} \cdot \frac{M_w}{22,4} \cdot \varepsilon_2 \left\{ \frac{g^*}{4v^2} \varepsilon_2 \beta_2 \Delta^3 \right\}^{1/4}.$$
(22)

Voor simultane warmte- en stofoverdracht wordt dus het totale gedissipeerde elektrische vermogen in de n^{de} zone, wanneer we bovendien nog rekening houden met een stralingsbijdrage φ_s per zone:

$$\varphi_n = \{ -g'(0) \sigma_1 \theta_0^{5/4} \delta_1^{-1/4} - h'(0) \sigma_2 \Pi_0^{5/4} \delta_2^{-1/4} \}.$$

$$\{ n^{3/4} - (n-1)^{3/4} \} + \varphi_s.$$
(23)

Voor de stralingsbijdrage φ_s van een zone kunnen we schrijven, aangenomen dat het cylinderoppervlak klein is t.o.v. het oppervlak van de omringende wanden en dat de emissiecoëfficiënten dichtbij 1 liggen:

$$\varphi_s = e l \Delta \sigma (T_0^4 - T_\infty^4),$$
(24)

waarin e de emissiecoëfficiënt van het oppervlak is en σ de constante van Boltzmann. Dit is natuurlijk een moeilijk te meten grootte en juist omdat wij de overdracht van een nat oppervlak willen meten is deze straling niet te vermijden. Immers, bij zuivere warmteoverdracht kan men werken met oppervlakken met zeer lage emissiecoëfficiënt, b.v. gepolijst koper. Bij verdampen kan dit niet. Gaan we echter uit van een zo goed mogelijk uniforme oppervlaktetemperatuur en stellen we, dat de wanden ook zo uniform mogelijk zijn dan nemen we aan dat φ_s voor elke zone gelijk is. We kunnen de helling H bepalen van φ_n uitgezet tegen $\{ n^{3/4} - (n-1)^{3/4} \}$. Deze grootte H behoort dan constant te zijn. Van de 10 zones kunnen we in principe alleen van zone 2 t/m 9 gebruik maken omdat in zone 1 en 10 ook nog vermogen moet worden toegevoerd voor axiale warmtelek. Uit (23) vinden we voor de helling:

$$H = \{ -g'(0) \sigma_1 \theta_0^{5/4} \delta_1^{-1/4} - h'(0) \sigma_2 \Pi_0^{5/4} \delta_2^{-1/4} \}.$$
(25)

Kennen we dus uit profielmetingen $g'(0)$ dan volgt met (25) hieruit $h'(0)$.

Voor zuivere warmteoverdracht vergelijken we de $g'(0)$, gevonden uit profielmetingen, met die welke volgt uit (25):

$$H = -g'(0) \sigma_1 \theta_0^{5/4}.$$

Voor isotherme verdamping konden we alleen $h'(0)$ bepalen m.b.v. (25):

$$H = -h'(0) \sigma_2 \Pi_0^{5/4}.$$

Door het vermogen per zone in te stellen en te meten kunnen we dus op de bovenbeschreven manier de warmtelek en in eerste benadering ook de stralingsbijdrage buiten beschouwing laten. De zuivere warmteoverdracht en de zuivere stofoverdracht kunnen we dan bepalen uit het elektrisch vermogen, zodat in principe geen profielmetingen noodzakelijk zijn. Voor simultane overdracht is echter een profielmeting wel vereist om de warmteoverdracht apart te kunnen meten. In hoofdstuk 2 hebben we echter gezien, dat het verschil tussen $h'(0)$ en $g'(0)$ slechts van de orde van 4% is. We zouden daarom eventueel de profielmetingen buiten beschouwing kunnen laten en zonder meer kunnen stellen dat $g'(0)$ en $h'(0)$ bij benadering gelijk zijn. We lossen dan $g'(0) = h'(0)$ op uit (25). Daarbij moeten we dan natuurlijk met een grotere onnauwkeurigheid genoegen willen nemen.

Wellicht ten overvloede merken we nog op, dat de in deze paragraaf beschreven methode alleen bruikbaar is indien voldaan is aan voldoende uniforme temperatuur; hier komen we nog op terug.

3.4. PLAATSELIJKE OVERDRACHT

De plaatselijke warmte- en stofoverdracht kunnen we ook uitdrukken in Nu_x en Sh_x :

$$Nu_x = \frac{\alpha_1 x}{\lambda} \text{ en } Sh_x = \frac{\alpha_2 x}{D}.$$

Met

$$\alpha_1 = \frac{\varphi''_{x,1}}{\theta_0} \text{ en } \alpha_2 = \frac{\varphi''_{x,2}}{r \omega_0}$$

geeft dit

$$Nu_x = \frac{\varphi''_{x,1} x}{\lambda \theta_0} \text{ en } Sh_x = \frac{\varphi''_{x,2} x}{r D \omega_0}.$$

Hierbij is weer de stofflux uitgedrukt in de warmteflux, nodig voor de verdamping.

Voor het midden van de n^{de} zone, dus voor $x = (n - 1/2)\Delta$, stellen we:

$$\varphi''_{x,1} = \frac{\varphi_{n,1}}{l\Delta} \text{ en } \varphi''_{x,2} = \frac{\varphi_{n,2}}{l\Delta}.$$

Dit houdt in, dat we stellen dat de lokale flux ter plaatse $(n - 1/2)\Delta$ gelijk is aan de gemiddelde flux voor de zone tussen $(n - 1)\Delta$ en $n\Delta$. Uit de formules (19) en (20) volgt, dat dit alleen juist is indien:

$$(n - 1/2)^{-1/4} = \frac{4}{3} \{n^{3/4} - (n - 1)^{3/4}\}.$$

TABEL 6.

n	$\frac{4}{3} \{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}$	$(n-1/2)^{-1/4}$
1	1,333	1,189
2	0,909	0,904
3	0,797	0,795
4	0,731	0,731
5	0,687	0,687
6	0,653	0,653
7	0,627	0,626
8	0,604	0,604
9	0,585	0,586
10	0,569	0,570

We verifiëren dit in tabel 6 waar we kunnen zien dat dit alleen voor de eerste zone een te groot verschil geeft. Deze zone (evenals de tiende) is trouwens, zoals we eerder zagen, toch niet bruikbaar voor metingen. Voor de tweede zone is het verschil nog maar 0,5%.

We kunnen dus veronderstellen dat voor de middens van de zones 2 t/m 9 geldt:

$$Nu_x = \frac{\varphi_{n,1}}{l \lambda \theta_0} \cdot (n-1/2) \text{ en } Sh_x = \frac{\varphi_{n,2}}{l r D \omega_0} \cdot (n-1/2).$$

Met behulp van het gemeten vermogen in de n^{de} zone:

$$\varphi_n = \varphi_{n,1} + \varphi_{n,2} + \varphi_s$$

kunnen we voor zuivere warmteoverdracht ($\varphi_{n,2} = 0$) Nu_x bepalen, gesteld dat we φ_s kennen. Voor isotherme verdamping ($\varphi_{n,1} = \varphi_s = 0$) volgt direct Sh_x . Maar voor simultane overdracht kunnen we niet $\varphi_{n,1}$ en $\varphi_{n,2}$ afzonderlijk bepalen en dus op deze manier ook niet Nu_x en Sh_x . We zijn dan aangewezen op een methode als aangegeven in 3.3.

3.5. INSTEL- EN MEETNAUWKEURIGHEID

Fig. 16 geeft de temperatuurverdeling van het oppervlak bij zuivere warmteoverdracht zoals we meestal vonden als we de temperatuur zo uniform mogelijk trachtten te krijgen. We zien dan aan serie 1 (zie ook fig. 14) dat de instelling van uniform vermogen per zone i.p.v. uniforme temperatuur, verschillen geeft, die alleen in de eerste en tiende zone zeer groot zijn. Deze zones zijn echter toch al niet te gebruiken vanwege de reeds genoemde compensatie van de warmtelek. De andere verschillen blijven beperkt tot ca. 0,05°C. De verschillen tussen serie 1, 2 en 3 blijven ook beperkt tot hoogstens 0,1°C. Het blijkt wel gerechtvaardigd

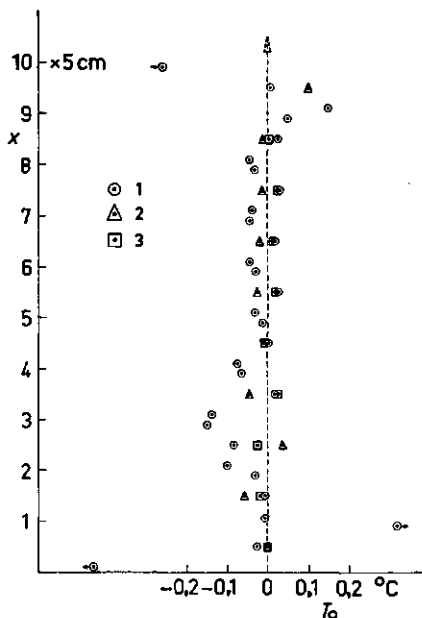


FIG. 16. Temperatuurverdeling bij zuivere warmteoverdracht; $\theta_0 \approx 10^\circ\text{C}$. De meetpunten 1, 2 en 3 corresponderen met de thermokoppelsreeks 1, 2 en 3.

te veronderstellen dat een deel van deze verschillen toegeschreven kan worden aan niet-uniforme straling.

Daar de lokale warmteflux evenredig is met $\theta_0^{5/4}$ kunnen we wel zeggen dat voor dit geval, van $\theta_0 \approx 10^\circ\text{C}$ en afwijkingen kleiner dan $0,1^\circ\text{C}$, we het vermogen op deze manier op ca. 1 % nauwkeurig instelden. De gekozen zone-indeling maakt het derhalve redelijk mogelijk de oppervlaktetemperatuur als uniform op te vatten. Bij andere waarden van θ_0 bleken de optredende verschillen ongeveer evenredig te veranderen, zodat deze onnauwkeurigheid relatief dezelfde bleef. De nauwkeurigheid waarmee we φ_n zelf hebben gemeten was in de regel 2 %. Beide fouten worden echter verdisconteerd in de nauwkeurigheid waarmee we de helling H bepaalden: we schatten ca. 4 %.

Voor simultane overdracht stelden we de vermogens overeenkomstig in en bepaalden H met eenzelfde nauwkeurigheid. Alleen voor isotherme verdamping moesten we hierbij rekening houden met de temperatuurgradiënt in de kamer, wilden we niet ook warmteoverdracht krijgen. In fig. 17 zien we temperatuurverdeling van de series 1 t/m 4 met elkaar vergeleken, waaruit blijkt dat dit oppervlak binnen $0,06^\circ\text{C}$ de omgevingstemperatuur heeft aangenomen. Ook voor deze isotherme verdamping, waar in principe geen warmtelek zal optreden, kan beter niet gemeten worden aan de eerste en tiende zone. Wat betreft de eerste zone blijft het verschil tussen uniforme temperatuur en uniform vermogen bestaan. Wat betreft de tiende zone moeten we bedenken dat deze min of meer

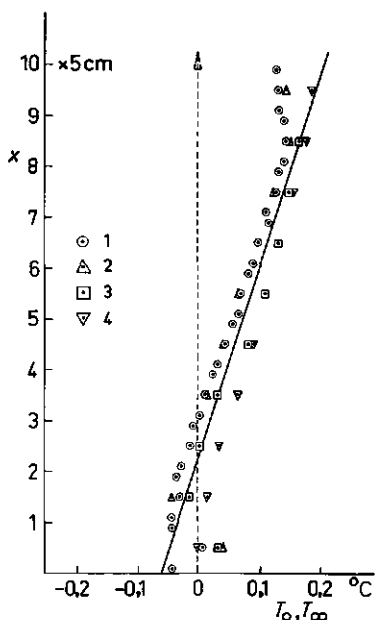


FIG. 17. Temperatuurverdeling bij isotherme verdamping. De meetpunten 1, 2, 3 en 4 corresponderen met de themokoppels series 1, 2, 3 en 4.

optreedt als thermische 'inloop' voor het dalende water. Aan serie 1 valt tevens op dat de verticale verdeling, behalve wat de gradiënt betreft, veel beter is dan in fig. 16. Dit ligt er waarschijnlijk aan dat de straling een minder groot aandeel in de warmtebalans bezit. De vereffening door het omlaag zakkende waterlaagje zal waarschijnlijk geen rol spelen; de verblijftijd per zone schatten we op 50 s, hetgeen ruimschoots voldoende is om de plaatselijke temperatuur aan te nemen.

De temperatuurverdeling volgens fig. 17 houdt ook in, dat de dampspanning p_0 aan de wand niet geheel uniform was. Het verschil tussen boven- en onderkant (ca. 0,2 mm Hg) is evenwel van dezelfde orde van grootte als de nauwkeurigheid waarmee de dampspanning p_∞ in de kamer werd bepaald. Daarbij komt nog, dat het wel aannemelijk is dat er een zekere vochtgradiënt bestond en wel voor grotere x grotere p_∞ zodat hierdoor dit effect wat werd gecompenseerd. Metingen van deze vochtgradiënt vertoonden wel de neiging dit te bevestigen maar reproduceerden helaas niet. In dit verband kan dus ook niets met zekerheid over een eventuele Cheesewright-correctie worden gezegd.

Ook bij de isotherme verdamping zijn de verschillen rondom de cylinder weer van die aard, dat we menen de vermogens weer binnen 1 % juist te hebben ingesteld, en de nauwkeurigheid waarmee H werd bepaald, schatten we ook nu weer op ca. 4 %.

We registreerden eigenlijk niet de oppervlaktetemperatuur omdat de thermokoppels direct achter de windingen waren aangebracht. De miswijzing die daardoor ontstond is voor het manganinlaagje van 0,2 mm en het lakfilmpje zeker verwaarloosbaar, naar schatting kleiner dan 0,001 °C. Voor het waterlaagje waarvan we een dikte hebben gemeten van ca. 0,3 mm betekende dat voor

een warmteflux van 50 W/m², zoals in zone 1 optrad bij isotherme verdamping, een verschil van ca. 0,03°C. Ook deze miswijzing is dus niet groot en de fout waarmee het vermogen misschien werd ingesteld valt daarom ook wel binnen de nauwkeurigheid van H . Is de warmteflux groter of kleiner dan geeft dat wel een evenredig groter of kleiner verschil maar relatief maakt dat voor de overdracht niet veel uit.

We hadden voor σ_1 geschreven

$$\sigma_1 = \frac{4}{3} l \lambda \left(\frac{g^*}{4v^2} \varepsilon_1 \beta_1 \Delta^3 \right)^{1/4} = \frac{4}{3} l \lambda \left(\frac{g^*}{4v^2} \frac{B}{B - \frac{3}{8} p_0} \frac{\Delta^3}{T_\infty} \right)^{1/4}.$$

λ en v zijn zeer nauwkeurig bekend als functie van T . Als referentietemperatuur hebben we genomen $T_r = \frac{1}{2} (T_0 + T_\infty)$. We hebben nagegaan voor het temperatuurgebied waarbij wij hebben gemeten: $T_\infty \simeq 22^\circ\text{C}$ en $\theta_0 < 15^\circ\text{C}$ dat $\lambda \cdot v^{-1/2}$ slechts 1%/₀₀ verandert als de referentietemperatuur 1°C wijzigt. De nauwkeurigheid waarmee we σ_1 berekenden was van de orde van enkele promilles. Het bleek dat voor alle metingen σ_1 gelijk was aan

$$\sigma_1 = 0,220 \pm 0,001.$$

Achteraf is het dus makkelijker in (25) deze waarde van σ_1 te gebruiken. Wij hebben wel steeds gecontroleerd of hieraan voldaan bleef, maar laten deze controle bij de resultaten verder achterwege.

Hetzelfde gold voor σ_2 :

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{4}{3} l r D \cdot \frac{1}{760} \cdot \frac{273}{T_0} \cdot \frac{M_w}{22,4} \varepsilon_2 \left(\frac{g^*}{4v^2} \varepsilon_2 \beta_2 \Delta^3 \right)^{1/4} = \\ &= \frac{4}{3} l r D \cdot \frac{1}{760} \cdot \frac{273}{T_0} \cdot \frac{M_w}{22,4} \varepsilon_2 \left\{ \frac{g^*}{4v^2} \frac{p_0 - p_\infty \cdot T_0/T_\infty}{p_0 - p_\infty} \cdot \frac{\frac{3}{8} \Delta^3}{B - \frac{3}{8} p_0} \right\}^{1/4}. \end{aligned}$$

Voor de diffusiecoëfficiënt D is gebruik gemaakt van de empirische formule door DYKEMA en STOUTHART (1968) gegeven, die in ons geval luidt:

$$D = 0,212 \left(\frac{T}{273} \right)^{1,88} \cdot \frac{760}{B} \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}.$$

λ en D werden weer bij dezelfde referentietemperatuur genomen, of bij T_0 ingeval van isotherme verdamping. De invloed van de waterdampconcentratie op v , die voor droge lucht bekend is, hebben we verwaarloosd. Immers in verzadigde toestand is deze concentratie 2 à 3%. Aan resultaten van KESTIN en WHITELAW

(1964) is af te lezen dat bij 25° het verschil in viscositeit tussen droge lucht en lucht met 3% waterdamp in de orde van 4⁰/₀₀ is. Dit zou voor de waarde van σ_2 misschien 1 à 2⁰/₀₀ schelen. Het bleek dat ook hier σ_2 constant genomen kan worden en wel

$$\sigma_2 = 0,308 \pm 0,002.$$

Dit betekende dat voor zuivere warmteoverdracht geldt

$$H = - g'(0) \cdot 0,22 \theta_0^{5/4},$$

en voor isotherme verdamping:

$$H = - h'(0) \cdot 0,31 \Pi_0^{5/4}.$$

De nauwkeurigheid waarmee θ_0 werd bepaald was ca. 0,5% zodat we $g'(0)$ bij zuivere warmteoverdracht hebben bepaald met een nauwkeurigheid van ca. 5%. De nauwkeurigheid waarmee Π_0 werd gemeten hing af van de meting van p_∞ . Wij hebben een zeer gevoelige dauwpuntsmeter gebruikt (merk: Cambridge System) waarbij een luchtstroom continu langs een spiegeltje werd geleid, dat afwisselend gekoeld en verwarmd werd. De temperatuur schommelde rond het dauwpunt met een amplitude van ca. 0,3°C. Het dauwpunt werd afgelezen op 0,2°C nauwkeurig, d.w.z. p_∞ was op ca. 0,2 mm nauwkeurig bekend. Dit betekende voor Π_0 bij de isotherme verdamping een nauwkeurigheid van 2,5%, bij de simultane verdamping van 1%. Rekening houdend met de 4% in H wil dit dus zeggen dat de nauwkeurigheid waarmee we $h'(0)$ hebben berekend voor isotherme verdamping ca. 7% was. Voor het berekenen van $h'(0)$ bij simultane overdracht maakten we gebruik van $g'(0)$, gevonden m.b.v. profielmetingen; $h'(0)$ volgt dan uit (25):

$$H = - g'(0) \cdot 0,22 \cdot \theta_0^{5/4} \delta_1^{-1/4} - h'(0) 0,31 \Pi_0^{5/4} \delta_2^{-1/4}.$$

Daar bij onze simultane metingen in deze H de verdampingsterm ca. $6 \times$ zo groot was als de warmteterm, zal de fout van naar schatting 5% in deze laatste term voor nog geen 1% terug te vinden zijn in $h'(0)$. De fouten in Π_0 en H in aanmerking nemende, schatten we daarom ook voor simultane overdracht een nauwkeurigheid voor $h'(0)$ van 7%.

Bij de metingen trad een spreiding in de resultaten op van 4 à 6% t.o.v. een gemiddelde waarde. Hoewel we, vooral voor de zuivere warmteoverdracht en simultane overdracht, niet voldoende metingen hebben gedaan voor een verantwoord gemiddelde wijst dit wel in de richting dat de geschatte nauwkeurig-heden reëel waren.

3.6. INVLOED VAN WANDEN EN PLAFOND

Willen we uitgaan van de theorie zoals in hoofdstuk 2 is gegeven, dan moeten

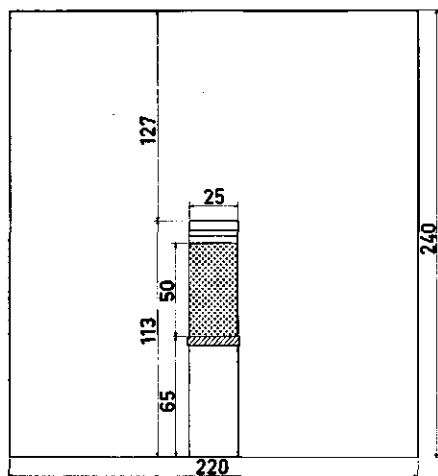


FIG. 18. Zijaanzicht van de cylinder in de kamer.

we nagaan of aan de gestelde voorwaarden zo goed mogelijk is voldaan. De cylinder stond opgesteld in een kamer van ca. $2,2 \times 2,2 \times 2,4 \text{ m}^3$, gemaakt van hardboard beplakt met tempex (zie fig. 18). Deze kamer was in een kelderruimte neergezet; de temperatuurschommelingen die wij gedurende een meetdag registreerden waren in de regel niet groter dan een paar tienden van graden, zodat stationaire metingen inderdaad mogelijk waren. Gedurende een meting hoefden we niet in de kamer te zijn (we lazen de instrumenten in de kelder af) waardoor het introduceren van storingen zo goed mogelijk achterwege kon blijven.

Wij hebben bij zuivere warmteoverdracht onderzocht of de afstand van de wanden tot het cylinderoppervlak van invloed was en we hebben ook gekeken naar de invloed op de overdracht van de hoogte van het plafond. Wij hebben de vermogens in de zones weer zo ingesteld dat de temperatuur zo uniform mogelijk was. Vervolgens hebben we verticale kartonnen schotten van ca. 125 cm hoogte om de cylinder gezet en de temperatuurverdeling bij hetzelfde ingestelde vermogen, weer geregistreerd. In fig. 19 hebben we temperaturen in het midden van elke zone uitgezet, gemeten met thermokoppelsree 1, voor een aantal standen van de schotten zoals boven in de figuur is aangegeven. We zien dat er geen verschil is te constateren tussen het geval zonder schotten en schotten op 38 cm van het oppervlak. Voor kortere afstand gaat de temperatuurverdeling duidelijk veranderen, en dus ook de overdracht.

Wij hebben dit zelfde ook gedaan terwijl een karton van $100 \times 75 \text{ cm}^2$ op verschillende hoogten boven de cylinderf was aangebracht. Fig. 20 geeft hiervan de resultaten, en we zien hier als verrassend resultaat dat zelfs als dit karton op de cylinder ligt er alleen in de bovenste zone enige invloed merkbaar is. Blijkbaar is van een drukopbouw onder het karton nauwelijks sprake en vloeit de lucht meteen horizontaal weg.

We mogen uit dit alles wel concluderen dat deze kamerafmetingen geen enkele

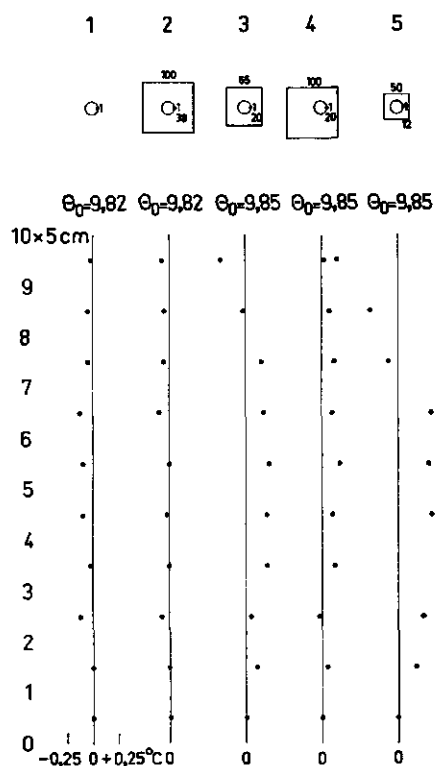


FIG. 19. Invloed van verticale schotten op de warmteoverdracht.

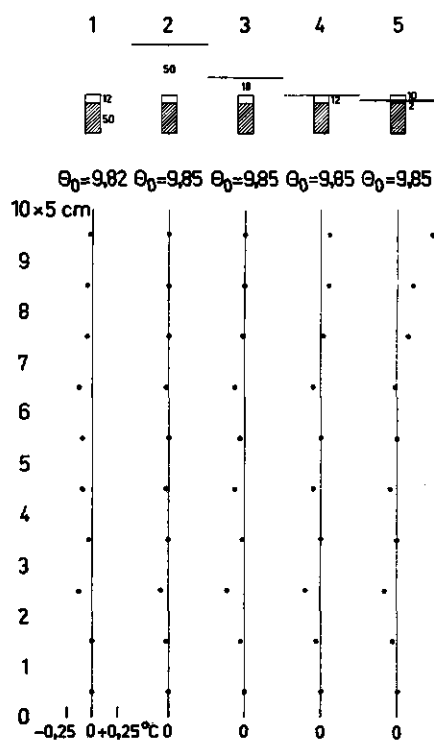


FIG. 20. Invloed van de hoogte van het plafond op de warmteoverdracht.

invloed op de temperatuurverdeling en dus op de warmteoverdracht uitoefenen. We konden zelfs zonder bezwaar schotten in de kamer plaatsen, wat voor stofoverdracht nodig bleek. Om een betere stationaire instelling te krijgen lieten we de deur van de kamer een beetje open. Bij gesloten deur liep n.l. het vochtgehalte regelmatig op. Zonder schotten bleken we dan echter wel wat last te kunnen hebben van tocht.

3.7. MEETRESULTATEN VOOR ZUIVERE WARMTEOVERDRACHT

We hebben de temperatuurprofielen doorgemeten voor verschillende waarden van x . In fig. 21 zijn resultaten gegeven voor de middens van de derde t/m de zesde zone bij 9,88 °C dimensieloos uitgezet en vergeleken met het profiel dat we theoretisch berekenden. Hierbij gingen we dus uit van de berekende waarden voor de vlakke plaat (zie appendix B) die we corrigeerden voor een cylinder met $\xi = 0,08$ (appendix C) en waarbij we ook nog een Cheesewright-correctie toe-

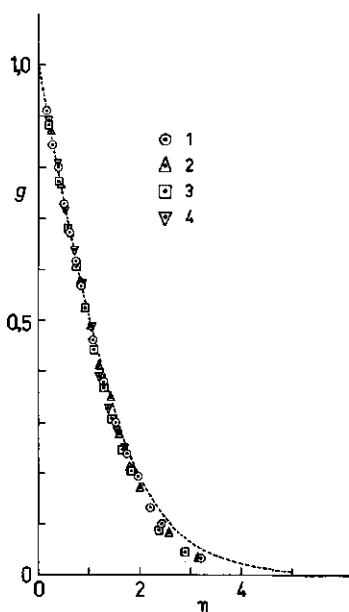


FIG. 21. Profielmetingen voor zuivere warmteoverdracht vergeleken met de theoretische cylinderoplossing, gecorrigeerd voor een Cheesewright-correctie $n = -0,05$.

De meetpunten 1 gelden voor $x = 0,125$ m, 2 voor $x = 0,225$ m, 3 voor $x = 0,325$ m en 4 voor $x = 0,425$ m, alle bij $\theta_0 = 9,88^\circ\text{C}$.

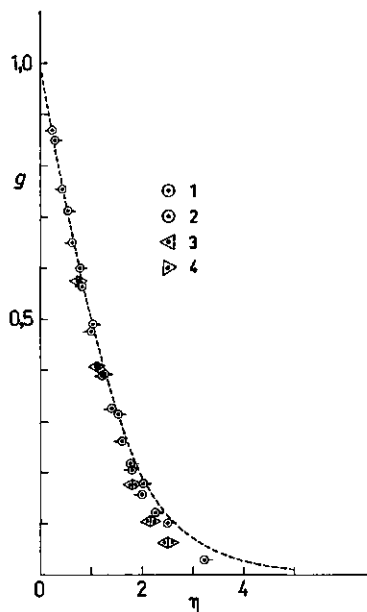


FIG. 22. Profielmetingen voor zuivere warmteoverdracht vergeleken met de theoretische cylinderoplossing, gecorrigeerd voor een Cheesewright-correctie $n = -0,05$.

De meetpunten 1 gelden voor $x = 0,125$ m en $\theta_0 = 5,25^\circ\text{C}$, 2 voor $x = 0,125$ en $\theta_0 = 13,92^\circ\text{C}$, 3 voor $x = 0,025$ m en $\theta_0 = 9,80^\circ\text{C}$; de punten 4 zijn dezelfde als 3 doch berekend met de neus 5 mm hoger verondersteld.

pasten voor $n = -0,05$ (zie 2.9). We zien aan deze figuur dat verder van de wand wel enige discrepantie tussen theorie en experiment gaat optreden. Maar de overdracht in de vorm van $g'(0)$ te zien blijkt wel overeen te komen. Theoretisch vonden we voor de vlakke plaat bij $Pr = 0,71$, dat $g'_0(0) = -0,50$ is. Een cylinder-correctie van 4% en een Cheesewright-correctie van ca. 2% zou dus de waarde geven $g'(0) = -0,53$, hetgeen wij ook vinden aan het gemeten profiel: $g'(0) = -0,53 \pm 0,02$.

In fig. 22 zijn profielmetingen gegeven ter hoogte van het midden van de derde zone voor $\theta_0 = 5,25$ en $13,92^\circ\text{C}$ welke resultaten in overeenstemming zijn met die van fig. 21. Daarnaast zijn ook meetpunten te zien behorende bij het midden van de eerste zone voor $\theta_0 = 9,80$; deze punten wijken nogal af van de theorie. Door de neus 5 mm hoger te laten beginnen schuiven de meetpunten wel iets naar de theoretische kromme op, maar een uitspraak over een z.g. neuseffect of een niet voldoen van de grenslaagbenadering kunnen we op grond hiervan niet

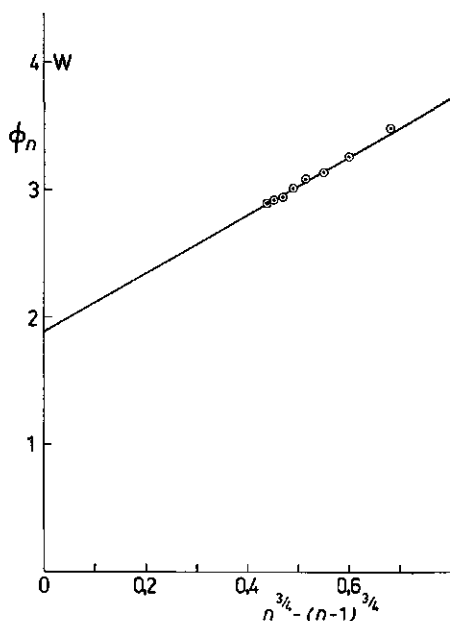


FIG. 23. Voor de eerste meetserie van zuivere warmteoverdracht ϕ_n uitgezet als functie van $\{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}$.

doen. Met name is daarvoor de temperatuuruniformiteit onderaan niet goed genoeg (zie 3.5).

We hebben zes meetseries uitgevoerd om $g'(0)$ te bepalen uitgaande van het elektrisch stookvermogen per zone. Het gemeten vermogen in de n^{de} zone is $\varphi_n = \varphi_{n,1} + \varphi_s$. Zoals hiervoor is gezegd, gaan we er van uit dat de stralingsbijdrage φ_s per zone constant is. In fig. 23 is voor de eerste meetseries φ_n als functie van $\{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}$ uitgezet; op deze manier kunnen we direct φ_s en H aflezen. Bij de overige meetseries zijn H en φ_s op dezelfde manier gevonden. De resultaten zijn gegeven in de tabel 7. Hierbij is $g'(0)$ berekend met behulp van (25):

$$H = -g'(0) \cdot 0,22 \cdot \theta_0^{5/4}.$$

Het gemiddelde van $g'(0)$ uit deze series is $\bar{g}'(0) = -0,55$, d.w.z. 4 % verschil met de waarde die we theoretisch verwachten en ook uit de profielmetingen hebben gevonden. Gezien de uiteindelijke nauwkeurigheid van deze methode heeft het niet veel zin om naar een oorzaak van deze discrepantie te zoeken. Men zou uit tabel 7 wellicht een neiging aflezen voor lagere overdracht bij toenemende θ_0 . Het verschijnsel is echter te weinig significant om daar conclusies aan te verbinden.

We hebben ook nog voor de middens van de tweede t/m de negende zone $\frac{1}{4} Gr_x$ en met de uit de figuur bepaalde φ_s de Nu_x berekend. Deze waarden zijn in fig. 24 logaritmisches uitgezet en vergeleken met $Nu_x = 0,53 (\frac{1}{4} Gr_x)^{1/4}$.

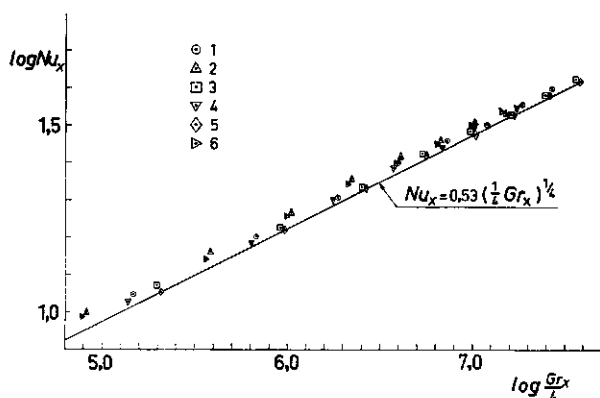


FIG. 24. De plaatselijke warmteoverdracht als functie van Gr_x , vergeleken met de theorie. De meetpunten 1 t/m 6 corresponderen met de zes meetseries.

De warmteoverdrachtsmetingen in deze paragraaf tonen een goede overeenkomst met de theorie. Dit geldt met name voor de uitkomsten van de metingen van het temperatuurprofiel in de lucht rondom de cylinder. De verwerking van onze waarnemingen via de procedure van formule (25) geeft iets minder goede overeenkomst; de afwijkingen blijven echter ruim binnen het toelaatbare (zie ook fig. 24). Deze uitkomst rechtvaardigt het gebruik van de methode van formule (25) voor zuivere stofoverdracht en simultane overdracht.

3.8. MEETRESULTATEN VOOR ISOTHERME VERDAMPING

We hebben $h'(0)$ alleen bepaald m.b.v. het vermogen per zone en hiervoor 12 meetseries uitgevoerd. In fig. 25 is weer voor de eerste meetserie φ_n als functie

TABEL 7.

serie 1	serie 2	serie 3
$\varphi_s = 1,885 \text{ W}$	$\varphi_s = 0,950 \text{ W}$	$\varphi_s = 2,715 \text{ W}$
$T_\infty = 22,90^\circ\text{C}$	$T_\infty = 22,10^\circ\text{C}$	$T_\infty = 22,90^\circ\text{C}$
$\theta_0 = 10,54^\circ\text{C}$	$\theta_0 = 5,63^\circ\text{C}$	$\theta_0 = 14,50^\circ\text{C}$
$H = 2,30$	$H = 1,09$	$H = 3,36$
$g'(0) = -0,55$	$g'(0) = -0,57$	$g'(0) = -0,54$
serie 4	serie 5	serie 6
$\varphi_s = 2,095 \text{ W}$	$\varphi_s = 3,285 \text{ W}$	$\varphi_s = 1,055 \text{ W}$
$T_\infty = 22,80^\circ\text{C}$	$T_\infty = 23,99^\circ\text{C}$	$T_\infty = 21,61^\circ\text{C}$
$\theta_0 = 9,85^\circ\text{C}$	$\theta_0 = 14,91^\circ\text{C}$	$\theta_0 = 5,35^\circ\text{C}$
$H = 2,06$	$H = 3,42$	$H = 1,00$
$g'(0) = -0,54$	$g'(0) = -0,53$	$g'(0) = -0,56$

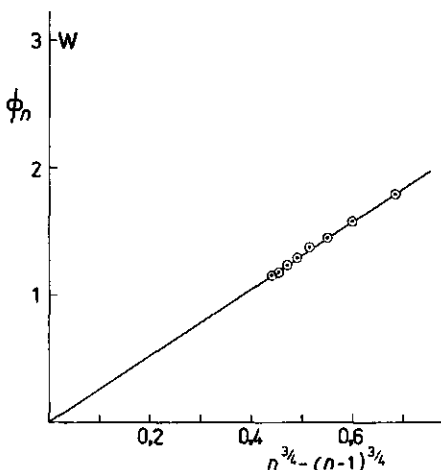


FIG. 25. Voor de eerste meetserie van isotherme verdamping ϕ_n uitgezet als functie van $\{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}$.

van $\{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}$ uitgezet, waarin meteen te zien is dat $\phi_s = 0$, wat ook moet. Op deze wijze hebben we voor elke meetserie H bepaald en met $H = -h'(0) \cdot 0,31 \cdot \Pi_0^{5/4}$ kunnen we $h'(0)$ berekenen. In tabel 8 zijn de resultaten gegeven. Het gemiddelde van $h'(0)$ voor deze series is $\bar{h}'(0) = -0,50$.

Theoretisch vonden we voor de vlakke plaat bij $Sc = 0,63$ (zie appendix B) $h'_0(0) = -0,48$. Hierbij behoeften we verder geen rekening te houden met de verdampingssnelheid aan de wand, zoals we in hoofdstuk 2 lieten zien. Met een cilindercorrectie van 6% zouden we een waarde verwachten $h'(0) = -0,51$. Dit is, zeker als we rekening houden met de geschatte meetnauwkeurigheid, wel in fraaie overeenstemming met elkaar. In fig. 26 hebben we weer Sh_x en $\frac{1}{4} Gr_x$ voor

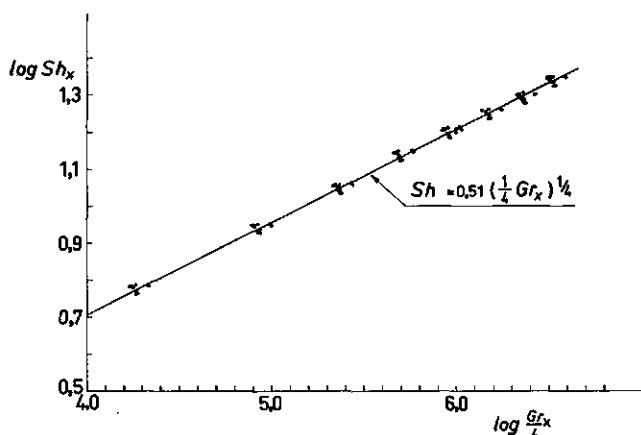


FIG. 26. De plaatselijke stofoverdracht als functie van Gr_x , vergeleken met de theorie. Het was niet goed mogelijk onderscheid te maken tussen de resultaten van de verschillende meetseries.

TABEL 8.

serie 1			serie 2			serie 3		
B	=	761,09 mm	B	=	764,09 mm	B	=	758,45 mm
T_{∞}	=	21,32 °C	T_{∞}	=	20,92 °C	T_{∞}	=	21,01 °C
T_D	=	10,2 °C	T_D	=	11,7 °C	T_D	=	11,5 °C
Π_0	=	9,67 mm	Π_0	=	8,23 mm	Π_0	=	8,47 mm
H	=	2,61	H	=	2,09	H	=	2,16
$h'(0)$	=	-0,49	$h'(0)$	=	-0,49	$h'(0)$	=	-0,48
serie 4			serie 5			serie 6		
B	=	758,45 mm	B	=	758,45 mm	B	=	758,45 mm
T_{∞}	=	21,14 °C	T_{∞}	=	21,16 °C	T_{∞}	=	21,16 °C
T_D	=	12,0 °C	T_D	=	12,2 °C	T_D	=	12,7 °C
Π_0	=	8,30 mm	Π_0	=	8,17 mm	Π_0	=	7,83 mm
H	=	2,16	H	=	2,13	H	=	2,09
$h'(0)$	=	-0,49	$h'(0)$	=	-0,50	$h'(0)$	=	-0,52
serie 7			serie 8			serie 9		
B	=	757,14 mm	B	=	757,14 mm	B	=	757,14 mm
T_{∞}	=	21,18 °C	T_{∞}	=	21,33 °C	T_{∞}	=	21,29 °C
T_D	=	12,6 °C	T_D	=	12,6 °C	T_D	=	13,2 °C
Π_0	=	7,92 mm	Π_0	=	8,09 mm	Π_0	=	7,60 mm
H	=	2,10	H	=	2,09	H	=	2,03
$h'(0)$	=	-0,51	$h'(0)$	=	-0,49	$h'(0)$	=	-0,52
serie 10			serie 11			serie 12		
B	=	762,56 mm	B	=	762,56 mm	B	=	761,20 mm
T_{∞}	=	20,03 °C	T_{∞}	=	21,33 °C	T_{∞}	=	20,56 °C
T_D	=	10,2 °C	T_D	=	12,1 °C	T_D	=	9,0 °C
Π_0	=	8,24 mm	Π_0	=	8,32 mm	Π_0	=	9,54 mm
H	=	2,12	H	=	2,16	H	=	2,57
$h'(0)$	=	-0,52	$h'(0)$	=	-0,50	$h'(0)$	=	-0,49

de middens van de tweede t/m de negende zone logaritmisches uitgezet en vergeleken met de theoretische curve voor $h'(0) = -0,51$. We zien ook hier uitstekende overeenstemming met de theorie.

3.9. MEETRESULTATEN VOOR SIMULTANE OVERDRACHT

We hebben drie meetseries uitgevoerd waarbij naast warmteoverdracht ook verdamping plaats vond. Hierbij hebben we voor elke meetserie een temperatuurprofiel doorgemeten. Fig. 27 geeft de resultaten weer, dimensieloos uitgezet en vergeleken met een theoretisch gevonden profiel voor $\delta_1 = 0,75$. Het theoretische profiel is gecorrigeerd voor een cylinder met $\xi = 0,08$ en een Cheesewright-correctie voor $n = -0,05$. Voor de overdracht vinden we in appendix A een waarde $g_0'(0) = -0,50$ voor de vlakke plaat, dit betekent dat met een cylindercorrectie van 4% en een Cheesewright-correctie van 2% weer $g'(0) = -0,53$. Uit de profielmetingen vinden we $g'(0) = -0,52 \pm 0,02$.

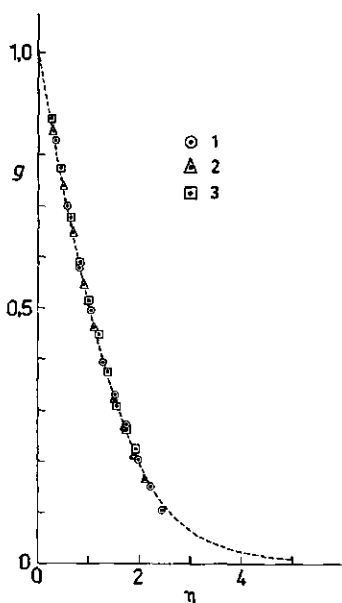


FIG. 27. Profielmetingen voor simultane overdracht vergeleken met de theoretische cylinderoplossing voor $\delta_1 \approx 0,75$, gecorrigeerd voor een Cheesewright-correctie $n = -0,05$.

Meetpunten 1 gelden voor $x \approx 0,125$ m, 2 voor $x = 0,225$ m en 3 voor $x = 0,325$ m en corresponderen met de meetseries 1, 2 en 3 (zie tabel 9).

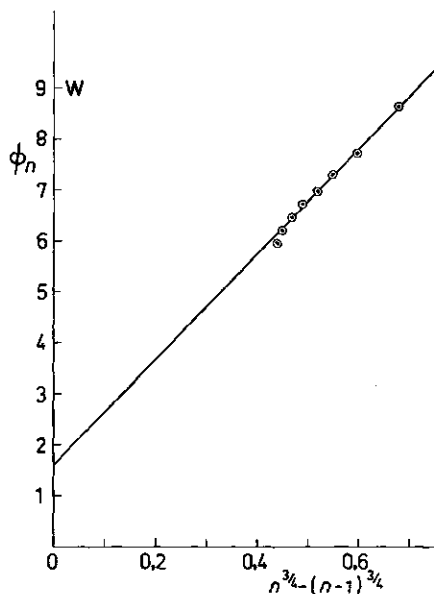


FIG. 28. Voor de eerste meetserie van simultane overdracht ϕ_n uitgezet als functie van $\{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}$.

Voor de drie meetseries hebben we weer ϕ_n uitgezet als functie van $\{n^{3/4} - (n-1)^{3/4}\}$ (zie fig. 28 voor serie 1) en de helling H bepaald. Zoals reeds is gezegd (3.4) kunnen we nu niet direct uit de metingen Nu_x en Sh_x voor de middens van de zones bepalen.

Met

$$H = -g'(0) \cdot 0,22 \cdot \theta_0^{5/4} \delta_1^{-1/4} - h'(0) \cdot 0,31 \cdot \Pi_0^{5/4} \delta_2^{-1/4}$$

en met de gevonden waarde voor $g'(0) = -0,52$ berekenen we $h'(0)$ en vinden gemiddeld voor deze drie series $h'(0) = -0,49$ (zie tabel 9). Theoretisch vinden we voor $\delta_1 = 0,75$ (zie appendix A) voor de vlakke plaat $h'_0(0) = -0,48$ en met een cylindercorrectie van 4% wordt $h'(0) = -0,50$. In hoeverre een Cheesewright-correctie voor een temperatuurgradiënt in de kamer bij simultane overdracht vereist is voor de stofoverdracht hebben we niet nagegaan. Bij deze metingen zal dit effect zeker niet groot zijn. Zoals uit de theorie al volgde (zie 2.5) blijkt ook uit ons experiment dat de warmte- en stofoverdracht als optelbaar kunnen worden beschouwd. Van wederzijdse beïnvloeding valt niets te consta-

TABEL 9.

serie 1		serie 2		serie 3	
B	$= 758,93 \text{ mm}$	B	$= 762,61 \text{ mm}$	B	$= 764,70 \text{ mm}$
T_{∞}	$= 22,64^{\circ}\text{C}$	T_{∞}	$= 22,35^{\circ}\text{C}$	T_{∞}	$= 21,81^{\circ}\text{C}$
T_D	$= 14,1^{\circ}\text{C}$	T_D	$= 14,1^{\circ}\text{C}$	T_D	$= 14,3^{\circ}\text{C}$
θ_0	$= 7,77^{\circ}\text{C}$	θ_0	$= 7,68^{\circ}\text{C}$	θ_0	$= 8,07^{\circ}\text{C}$
Π_0	$= 20,51 \text{ mm}$	Π_0	$= 19,81 \text{ mm}$	Π_0	$= 19,37 \text{ mm}$
δ_1	$= 0,725$	δ_1	$= 0,731$	δ_1	$= 0,746$
H	$= 10,3$	H	$= 10,9$	H	$= 10,3$
$h'(0)$	$= -0,47$	$h'(0)$	$= -0,52$	$h'(0)$	$= -0,49$

teren. Tenslotte mogen we wel vaststellen dat gezien de meetnauwkeurigheid van ca. 7% wij toch wel verrassend overeenkomst tussen theorie en experiment vinden.

3.10. CONCLUSIE

In tabel 10 hebben we nog eens de theoretische en experimentele resultaten voor $g'(0)$ en $h'(0)$ vergeleken. Hieruit blijkt, dat de overeenstemming zeer goed is tussen experiment en theorie; zelfs als we het experiment vergelijken met de vlakke-plaat-oplossing is de afwijking niet meer dan 4 à 6%. Ook blijkt dat het simultane probleem goed beschreven wordt door de effecten bij elkaar op te tellen, zodat op experimentele gronden geen reden aanwezig is verfijningen toe te voegen aan de theorie voor simultane overdracht zoals die in hoofdstuk 2 werd ontwikkeld.

Men schrijft de overdracht ook wel in de vorm van een vergelijking van Nusselt of kentalrelatie. Voor stationaire overdracht door vrije convectie in de laminaire grenslaag schrijft men in de literatuur dikwijls

$$Nu_L = C (Gr_L Pr)^{1/4} \text{ en } Sh_L = C (Gr_L Sc)^{1/4}.$$

Als het er op aankomt is deze relatie alleen geldig voor grote waarden van Pr (traagheidskrachten zijn te verwaarlozen). Voor kleinere waarden van Pr (of Sc) zou C dan nog een functie van Pr zijn. Gaan we toch van deze relaties uit dan vinden wij voor $Pr = 0,71$ en $Sc = 0,63$ zowel bij zuivere als simultane over-

TABEL 10.

		$-g'(0)$	$-h'(0)$
theoretisch voor	zuiver en } simultaan }	0,50	0,48
vlakke plaat			
gecorr. voor cyl.	zuiver	0,53	0,51
en temp. gradiënt	simultaan	0,53	0,50
experimenteel	zuiver	0,53–0,55	0,50
voor cylinder	simultaan	0,52	0,49

dracht voor beide kentalrelaties als empirische constante $C = 0,51$ à $0,52$. SLUKKOORD (1962) vond bij dergelijke metingen voor isotherme verdamping $C = 0,69$. Hij heeft echter geen plaatselijke overdracht gemeten en gebruikte te weinig thermokoppellassen om een goed idee te krijgen van de temperatuuruniformiteit. Zoals reeds in hoofdstuk 1 is gezegd, was dit werk de directe aanleiding tot een verbeterd experiment. Wij moeten eerlijkheidshalve ook zeggen, dat onze metingen niet zulke goede resultaten zouden hebben opgeleverd, als niet inmiddels de genoemde vochtmeter in de handel was verschenen. Wij hebben geruime tijd verloren met vergeefse pogingen om een betrouwbare vochtmeter te construeren, die nauwkeurig was en de vochtigheid continu kon registreren zonder de kamer te veel te verstoren.

Ook andere onderzoekers komen dikwijls te hoog uit: in hoofdstuk 1 noemden we er al enkelen. De beste metingen zijn nog die van WILKE, TOBIAS en EISENBERG (1953). Zij vonden voor de verticale vlakke plaat $C = 0,67 - 0,71$ voor $Sc = 500 - 80.000$. Theoretisch kan voor $Sc = \infty$ de constante niet groter zijn dan $C = 0,67$. Voor lagere Sc (≈ 2) vonden MATHERS, MADDEN en PIRET (1957) aan bollen ca. $C = 0,67$. Theoretisch is voor bollen echter te verwachten dat C veel lager is: $C = 0,56$ voor $Sc = \infty$, zie MERK en PRINS (1953). Wij zijn er met onze meetmethode uiteindelijk in geslaagd aan te tonen dat de theorie voor de stofoverdracht bruikbaar blijft.

APPENDIX

INLEIDING

Voor de numerieke oplossing van stelsel (3) transformeren we dit stelsel eerst naar een stelsel eerste-orde-differentiaalvergelijkingen:

$$\begin{aligned}x'(1) &= x(2), \\x'(2) &= x(3), \\x'(3) &= 2x(2)^2 - 3x(1)x(3) - \delta_1 x(4) - \delta_2 x(6), \\x'(4) &= x(5), \\x'(5) &= -3 \text{ Pr } x(1)x(5), \\x'(6) &= x(7), \\x'(7) &= -3 \text{ Sc } x(1)x(7); \end{aligned} \tag{A1}$$

hierbij hebben we ingevoerd

$$x(0) = \eta; x(1) = f; x(2) = f'; x(3) = f''; x(4) = g; x(5) = g'; x(6) = h; x(7) = h'.$$

Het accent betekent weer differentiatie naar $x(0)$ of η .

Het stelsel (A1) kan opgelost worden met een Runge-Kutta-methode, die als standaardprocedure beschikbaar is. De moeilijkheid is echter, dat we stelsel (A1) alleen kunnen integreren als de beginwaarden voor $x(0) = 0$ bekend zijn. We kennen echter alleen voor $x(0) = 0$:

$$x(1) = 0; x(2) = 0; x(4) = 1; x(6) = 1,$$

en missen dus de randvoorwaarden

$$x(3), x(5) \text{ en } x(7).$$

Daar tegenover weten we wel dat voor $x(0) = \infty$:

$x(2) = 0; x(4) = 0$ en $x(6) = 0$. Indien we nu uitgaan van een stelsel gekozen beginwaarden voor $x(3)$, $x(5)$ en $x(7)$, die we aangeven met $xb(3)$, $xb(5)$ en $xb(7)$ en hiermee stelsel (A1) integreren, dan vinden we eindwaarden voor $x(2)$, $x(4)$ en $x(6)$, die we aangeven met $xe(2)$, $xe(4)$ en $xe(6)$. Hierbij kunnen we natuurlijk niet integreren tot $x(0) = \infty$, maar vanwege het feit dat de verschijnselen zich afspelen in een vrij dunne grenslaag hoeft dat ook niet. Het blijkt dat we niet verder hoeven te gaan dan tot $\eta = 20$. We nemen nu een lineair verband aan tussen de gekozen waarden van xb en de gevonden waarden van xe :

$$xb(3)p(1) + xb(5)p(2) + xb(7)p(3) + p(4) = xe(2),$$

$$xb(3)q(1) + xb(5)q(2) + xb(7)q(3) + q(4) = xe(4),$$

$$xb(3)r(1) + xb(5)r(2) + xb(7)r(3) + r(4) = xe(6).$$

Door nu deze procedure vier maal toe te passen met telkens een ander stel beginwaarden, kunnen we de vectoren p , q en r berekenen.

Vervolgens berekenen we een nieuw stel beginwaarden door te bedenken dat de eindwaarden nul moeten worden:

$$p(1)xb(3) + p(2)xb(5) + p(3)xb(7) + p(4) = 0,$$

$$q(1)xb(3) + q(2)xb(5) + q(3)xb(7) + q(4) = 0,$$

$$r(1)xb(3) + r(2)xb(5) + r(3)xb(7) + r(4) = 0.$$

We vervangen daarna het stel beginwaarden, dat de slechtste eindwaarden le-

verde, door het nieuw berekende stel en laten de hele procedure opnieuw beginnen.

Om de rekentijd niet te lang te laten worden moeten we zorgen voor een redelijke convergentie en zo min mogelijk iteraties, daarom moesten de gekozen beginwaarden niet te veel afwijken van de uiteindelijk gevraagde. Wij zijn bij deze methode uitgegaan van de methode zoals door CHEESEWRIGHT (1966) is beschreven.

Het stelsel (5) en (6) lossen we op overeenkomstige manier op, maar dit is gemakkelijker daar we hier met minder vergelijkingen te maken hebben. De oplossing van (5) en (6) (appendix B) is identiek aan die van (3) voor $\delta_1 = 1$ en $\delta_1 = 0$ en is dus een test voor de hier beschreven methode. De eenvoudiger methode voor (5) en (6) hebben we op zijn beurt getest door het Ostrach-probleem voor $Pr = 0,72$ eerst na te rekenen, hetgeen volledig lukte. Daarnaast hebben we zowel in deze appendix als in appendix A nog de oplossingen gevoegd voor een eindige wandsnelheid; dit maakt echter geen verschil in de gebruikte methode.

Appendix A geeft de vlakke-plaat-oplossing (aangegeven met index 0) voor verschillende waarden van δ_1 . Voor $\delta_1 = 0,75$ zijn nog de oplossingen gegeven voor genoemde snelheden aan de wand (zie 2.7). Appendix B geeft de vlakke-plaat-oplossing van stelsel (5) en (6) ook weer met oplossingen van (6) voor snelheden aan de wand. In appendix C hebben we de oplossingen overgenomen van Cheesewright voor het probleem van warmteoverdracht aan een vlakke plaat met een temperatuurgradiënt van de omgeving, voor drie waarden van n . In appendix D geven we oplossingen van de eerste- en tweede-orde-stelsels waarmee we het cylinderprobleem hebben beschreven voor zuivere warmte- en stofoverdracht.

A 1

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,00$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68969	1,00000	-0,51057	1,00000	-0,48068
0,10	0,00328	0,06405	0,59218	0,94895	-0,51045	0,95193	-0,48058
0,20	0,01249	0,11861	0,49994	0,89793	-0,50964	0,90390	-0,47990
0,30	0,02671	0,16423	0,41342	0,84706	-0,50756	0,85599	-0,47816
0,40	0,04506	0,20150	0,33303	0,79648	-0,50372	0,80832	-0,47496
0,50	0,06675	0,23105	0,25909	0,74639	-0,49779	0,76106	-0,46999
0,60	0,09104	0,25354	0,19186	0,69700	-0,48951	0,71439	-0,46305
0,80	0,14478	0,28007	0,07798	0,60133	-0,46562	0,62365	-0,44294
1,00	0,20173	0,28655	-0,00875	0,51137	-0,43251	0,53775	-0,41488
1,50	0,33779	0,24833	-0,12218	0,32127	-0,32394	0,35279	-0,32102
2,00	0,44538	0,18094	-0,13612	0,18775	-0,21284	0,21766	-0,22114
2,50	0,51977	0,11898	-0,10855	0,10409	-0,12695	0,12845	-0,13981
3,00	0,56714	0,07338	-0,07435	0,05574	-0,07102	0,07362	-0,08351
3,50	0,59578	0,04346	-0,04682	0,02921	-0,03819	0,04144	-0,04815
4,00	0,61252	0,02508	-0,02805	0,01512	-0,02005	0,02308	-0,02719
4,50	0,62210	0,01423	-0,01630	0,00777	-0,01038	0,01277	-0,01516
5,00	0,62751	0,00799	-0,00929	0,00397	-0,00534	0,00704	-0,00840
5,50	0,63054	0,00445	-0,00523	0,00203	-0,00273	0,00388	-0,00463
6,00	0,63222	0,00247	-0,00292	0,00103	-0,00139	0,00213	-0,00255
6,50	0,63316	0,00136	-0,00162	0,00053	-0,00071	0,00117	-0,00140
7,00	0,63367	0,00075	-0,00090	0,00027	-0,00036	0,00064	-0,00077
7,50	0,63395	0,00041	-0,00050	0,00014	-0,00018	0,00035	-0,00042
8,00	0,63411	0,00023	-0,00027	0,00007	-0,00009	0,00019	-0,00023
8,50	0,63419	0,00012	-0,00015	0,00004	-0,00005	0,00011	-0,00013
9,00	0,63424	0,00007	-0,00008	0,00002	-0,00002	0,00006	-0,00007
9,50	0,63426	0,00004	-0,00005	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00004
10,00	0,63428	0,00002	-0,00003	0,00000	-0,00001	0,00002	-0,00002
11,00	0,63428	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,63429	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63428	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63428	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,63428	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,63427	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,63427	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,63427	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,63426	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,63426	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,01$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68957	1,00000	-0,51049	1,00000	-0,48060
0,10	0,00328	0,06404	0,59206	0,94895	-0,51037	0,95194	-0,48050
0,20	0,01249	0,11859	0,49982	0,89795	-0,50956	0,90392	-0,47982
0,30	0,02670	0,16419	0,41331	0,84709	-0,50748	0,85601	-0,47809
0,40	0,04505	0,20145	0,33292	0,79651	-0,50365	0,80835	-0,47488
0,50	0,06674	0,23099	0,25899	0,74643	-0,49771	0,76110	-0,46991
0,60	0,09102	0,25347	0,19177	0,69705	-0,48944	0,71443	-0,46298
0,80	0,14474	0,27998	0,07792	0,60139	-0,46556	0,62371	-0,44287
1,00	0,20167	0,28645	-0,00879	0,51144	-0,43246	0,53782	-0,41482
1,50	0,33769	0,24882	-0,12218	0,32136	-0,32393	0,35288	-0,32101
2,00	0,44522	0,18085	-0,13608	0,18783	-0,21286	0,21775	-0,22115
2,50	0,51958	0,11890	-0,10851	0,10416	-0,12699	0,12853	-0,13985
3,00	0,56692	0,07332	-0,07431	0,05579	-0,07106	0,07368	-0,08355
3,50	0,59553	0,04342	-0,04679	0,02925	-0,03821	0,04148	-0,04818
4,00	0,61226	0,02506	-0,02803	0,01514	-0,02007	0,02311	-0,02721
4,50	0,62183	0,01422	-0,01629	0,00778	-0,01040	0,01279	-0,01518
5,00	0,62724	0,00798	-0,00928	0,00398	-0,00535	0,00706	-0,00841
5,50	0,63026	0,00445	-0,00523	0,00203	-0,00274	0,00389	-0,00464
6,00	0,63195	0,00247	-0,00292	0,00104	-0,00140	0,00214	-0,00256
6,50	0,63288	0,00137	-0,00162	0,00053	-0,00071	0,00117	-0,00141
7,00	0,63339	0,00075	-0,00090	0,00027	-0,00036	0,00065	-0,00077
7,50	0,63368	0,00042	-0,00050	0,00014	-0,00018	0,00035	-0,00042
8,00	0,63383	0,00023	-0,00027	0,00007	-0,00009	0,00019	-0,00023
8,50	0,63392	0,00013	-0,00015	0,00004	-0,00005	0,00011	-0,00013
9,00	0,63397	0,00007	-0,00008	0,00002	-0,00002	0,00006	-0,00007
9,50	0,63399	0,00004	-0,00005	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00004
10,00	0,63401	0,00002	-0,00002	0,00000	-0,00001	0,00002	-0,00002
11,00	0,63402	0,00001	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,63402	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63402	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63402	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,63403	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,63403	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,63403	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
18,00	0,63403	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
19,00	0,63403	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,63403	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,10$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68848	1,00000	-0,50976	1,00000	-0,47988
0,10	0,00328	0,06393	0,59097	0,94903	-0,50964	0,95201	-0,47978
0,20	0,01247	0,11837	0,49876	0,89810	-0,50883	0,90406	-0,47911
0,30	0,02665	0,16387	0,41230	0,84730	-0,50676	0,85623	-0,47737
0,40	0,04497	0,20103	0,33197	0,79680	-0,50294	0,80864	-0,47418
0,50	0,06660	0,23048	0,25811	0,74679	-0,49702	0,76145	-0,46923
0,60	0,09083	0,25288	0,19097	0,69748	-0,48878	0,71486	-0,46232
0,80	0,14442	0,27925	0,07730	0,60194	-0,46498	0,62426	-0,44228
1,00	0,20120	0,28562	-0,00921	0,51210	-0,43200	0,53847	-0,41433
1,50	0,33676	0,24729	-0,12215	0,32216	-0,32383	0,35371	-0,32084
2,00	0,44385	0,18001	-0,13579	0,18860	-0,21305	0,21858	-0,22128
2,50	0,51782	0,11823	-0,10814	0,10479	-0,12732	0,12925	-0,14014
3,00	0,56487	0,07283	-0,07397	0,05626	-0,07139	0,07424	-0,08387
3,50	0,59328	0,04308	-0,04652	0,02957	-0,03848	0,04189	-0,04847
4,00	0,60987	0,02483	-0,02783	0,01534	-0,02026	0,02339	-0,02743
4,50	0,61935	0,01408	-0,01615	0,00790	-0,01052	0,01298	-0,01534
5,00	0,62470	0,00790	-0,00919	0,00406	-0,00542	0,00718	-0,00852
5,50	0,62769	0,00440	-0,00517	0,00208	-0,00278	0,00396	-0,00471
6,00	0,62936	0,00244	-0,00288	0,00106	-0,00143	0,00218	-0,00260
6,50	0,63028	0,00135	-0,00160	0,00054	-0,00073	0,00120	-0,00144
7,00	0,63079	0,00075	-0,00088	0,00028	-0,00037	0,00066	-0,00079
7,50	0,63107	0,00041	-0,00049	0,00014	-0,00019	0,00036	-0,00044
8,00	0,63122	0,00023	-0,00027	0,00007	-0,00010	0,00020	-0,00024
8,50	0,63131	0,00013	-0,00015	0,00004	-0,00005	0,00011	-0,00013
9,00	0,63136	0,00007	-0,00008	0,00002	-0,00003	0,00006	-0,00007
9,50	0,63139	0,00004	-0,00004	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00004
10,00	0,63140	0,00003	-0,00002	0,00000	-0,00001	0,00002	-0,00002
11,00	0,63142	0,00001	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,63143	0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63144	0,00001	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63144	0,00001	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
15,00	0,63145	0,00001	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
16,00	0,63146	0,00001	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
17,00	0,63146	0,00001	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
18,00	0,63147	0,00001	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
19,00	0,63147	0,00001	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,63148	0,00001	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,20$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68726	1,00000	-0,50894	1,00000	-0,47907
0,10	0,00327	0,06381	0,58977	0,94911	-0,50882	0,95210	-0,47897
0,20	0,01245	0,11813	0,49759	0,89826	-0,50802	0,90423	-0,47830
0,30	0,02660	0,16352	0,41117	0,84755	-0,50595	0,85647	-0,47657
0,40	0,04487	0,20057	0,33091	0,79713	-0,50214	0,80896	-0,47339
0,50	0,06646	0,22992	0,25713	0,74719	-0,49625	0,76185	-0,46846
0,60	0,09062	0,25222	0,19008	0,69796	-0,48804	0,71533	-0,46157
0,80	0,14406	0,27843	0,07662	0,60256	-0,46433	0,62488	-0,44162
1,00	0,20066	0,28468	-0,00967	0,51284	-0,43148	0,53921	-0,41378
1,50	0,33572	0,24626	-0,12213	0,32306	-0,32371	0,35463	-0,32065
2,00	0,44231	0,17907	-0,13548	0,18947	-0,21326	0,21951	-0,22142
2,50	0,51585	0,11747	-0,10774	0,10551	-0,12769	0,13006	-0,14046
3,00	0,56257	0,07227	-0,07360	0,05679	-0,07176	0,07488	-0,08423
3,50	0,59074	0,04269	-0,04622	0,02993	-0,03878	0,04235	-0,04879
4,00	0,60716	0,02457	-0,02761	0,01558	-0,02047	0,02371	-0,02768
4,50	0,61654	0,01391	-0,01600	0,00805	-0,01067	0,01319	-0,01552
5,00	0,62182	0,00779	-0,00909	0,00414	-0,00551	0,00732	-0,00864
5,50	0,62477	0,00433	-0,00511	0,00213	-0,00284	0,00405	-0,00480
6,00	0,62640	0,00239	-0,00284	0,00109	-0,00146	0,00224	-0,00265
6,50	0,62730	0,00132	-0,00158	0,00056	-0,00075	0,00124	-0,00147
7,00	0,62780	0,00073	-0,00087	0,00029	-0,00038	0,00068	-0,00081
7,50	0,62807	0,00040	-0,00048	0,00015	-0,00020	0,00038	-0,00045
8,00	0,62822	0,00022	-0,00026	0,00008	-0,00010	0,00021	-0,00025
8,50	0,62831	0,00012	-0,00015	0,00004	-0,00005	0,00012	-0,00014
9,00	0,62835	0,00006	-0,00008	0,00002	-0,00003	0,00006	-0,00008
9,50	0,62837	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00001	0,00004	-0,00004
10,00	0,62839	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00002	-0,00002
11,00	0,62840	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,62840	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,62840	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,62839	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,62839	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,62839	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,62839	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,62838	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,62838	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,62838	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

A 5

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,30$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68604	1,00000	-0,50811	1,00000	-0,47825
0,10	0,00327	0,06369	0,58856	0,94919	-0,50799	0,95218	-0,47815
0,20	0,01242	0,11789	0,49641	0,89842	-0,50719	0,90439	-0,47749
0,30	0,02655	0,16316	0,41004	0,84780	-0,50513	0,85672	-0,47577
0,40	0,04478	0,20010	0,32984	0,79746	-0,50134	0,80928	-0,47260
0,50	0,06631	0,22935	0,25614	0,74760	-0,49547	0,76225	-0,46768
0,60	0,09041	0,25156	0,18918	0,69844	-0,48729	0,71581	-0,46083
0,80	0,14371	0,27761	0,07593	0,60318	-0,46367	0,62550	-0,44095
1,00	0,20013	0,28374	-0,01014	0,51358	-0,43095	0,53996	-0,41322
1,50	0,33468	0,24521	-0,12211	0,32397	-0,32358	0,35557	-0,32045
2,00	0,44076	0,17811	-0,13518	0,19036	-0,21348	0,22046	-0,22156
2,50	0,51387	0,11670	-0,10734	0,10624	-0,12805	0,13088	-0,14078
3,00	0,56025	0,07169	-0,07322	0,05733	-0,07213	0,07553	-0,08460
3,50	0,58818	0,04228	-0,04592	0,03029	-0,03908	0,04283	-0,04911
4,00	0,60444	0,02430	-0,02739	0,01581	-0,02069	0,02404	-0,02794
4,50	0,61370	0,01373	-0,01584	0,00820	-0,01081	0,01341	-0,01570
5,00	0,61891	0,00767	-0,00899	0,00423	-0,00561	0,00746	-0,00877
5,50	0,62181	0,00426	-0,00504	0,00218	-0,00290	0,00414	-0,00488
6,00	0,62342	0,00235	-0,00280	0,00112	-0,00149	0,00230	-0,00271
6,50	0,62431	0,00130	-0,00155	0,00058	-0,00077	0,00127	-0,00150
7,00	0,62479	0,00071	-0,00085	0,00030	-0,00039	0,00070	-0,00083
7,50	0,62506	0,00039	-0,00047	0,00015	-0,00020	0,00039	-0,00046
8,00	0,62521	0,00022	-0,00026	0,00008	-0,00010	0,00022	-0,00026
8,50	0,62529	0,00012	-0,00014	0,00004	-0,00005	0,00012	-0,00014
9,00	0,62534	0,00007	-0,00008	0,00002	-0,00003	0,00007	-0,00008
9,50	0,62536	0,00004	-0,00004	0,00001	-0,00001	0,00004	-0,00004
10,00	0,62537	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00002	-0,00002
11,00	0,62539	0,00001	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
19,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,62539	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000

A 6

 $Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,40$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68482	1,00000	-0,50728	1,00000	-0,47743
0,10	0,00326	0,06357	0,58735	0,94928	-0,50716	0,95226	-0,47733
0,20	0,01240	0,11765	0,49523	0,89859	-0,50636	0,90455	-0,47667
0,30	0,02649	0,16280	0,40891	0,84805	-0,50431	0,85696	-0,47495
0,40	0,04468	0,19964	0,32878	0,79779	-0,50053	0,80961	-0,47179
0,50	0,06616	0,22878	0,25516	0,74801	-0,49468	0,76266	-0,46690
0,60	0,09020	0,25089	0,18829	0,69893	-0,48653	0,71630	-0,46007
0,80	0,14335	0,27678	0,07523	0,60381	-0,46301	0,62613	-0,44027
1,00	0,19959	0,28280	-0,01062	0,51433	-0,43041	0,54071	-0,41266
1,50	0,33363	0,24416	-0,12210	0,32489	-0,32345	0,35652	-0,32025
2,00	0,43920	0,17714	-0,13488	0,19125	-0,21369	0,22142	-0,22169
2,50	0,51187	0,11591	-0,10695	0,10698	-0,12842	0,13172	-0,14110
3,00	0,55791	0,07110	-0,07285	0,05788	-0,07251	0,07619	-0,08497
3,50	0,58558	0,04186	-0,04561	0,03067	-0,03939	0,04331	-0,04944
4,00	0,60167	0,02401	-0,02716	0,01606	-0,02092	0,02437	-0,02819
4,50	0,61081	0,01354	-0,01568	0,00835	-0,01096	0,01364	-0,01589
5,00	0,61594	0,00755	-0,00888	0,00433	-0,00570	0,00760	-0,00890
5,50	0,61880	0,00418	-0,00496	0,00224	-0,00295	0,00423	-0,00496
6,00	0,61037	0,00230	-0,00275	0,00115	-0,00153	0,00235	-0,00276
6,50	0,62124	0,00126	-0,00152	0,00060	-0,00079	0,00131	-0,00154
7,00	0,66171	0,00069	-0,00084	0,00031	-0,00041	0,00073	-0,00085
7,50	0,62197	0,00038	-0,00046	0,00016	-0,00021	0,00040	-0,00047
8,00	0,62211	0,00021	-0,00025	0,00008	-0,00011	0,00022	-0,00026
8,50	0,62219	0,00011	-0,00014	0,00004	-0,00006	0,00012	-0,00015
9,00	0,62223	0,00006	-0,00008	0,00002	-0,00003	0,00007	-0,00008
9,50	0,62225	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00001	0,00004	-0,00005
10,00	0,62226	0,00001	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00002	-0,00003
11,00	0,62227	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,62227	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,62227	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,62226	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,62226	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,62225	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,62225	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,62224	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,62224	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,62224	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,50$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68360	1,00000	-0,50643	1,00000	-0,47660
0,10	0,00325	0,06344	0,58614	0,94936	-0,50631	0,95234	-0,47650
0,20	0,01237	0,11741	0,49405	0,89876	-0,50552	0,90472	-0,47583
0,30	0,02644	0,16245	0,40777	0,84830	-0,50348	0,85721	-0,47413
0,40	0,04459	0,19917	0,32771	0,79812	-0,49972	0,80994	-0,47098
0,50	0,06602	0,22821	0,25416	0,74842	-0,49389	0,76307	-0,46611
0,60	0,08999	0,25023	0,18738	0,69942	-0,48577	0,71679	-0,45930
0,80	0,14299	0,27596	0,07453	0,60445	-0,46234	0,62676	-0,43959
1,00	0,19905	0,28186	-0,01111	0,51509	-0,42987	0,54147	-0,41208
1,50	0,33258	0,24310	-0,12210	0,32582	-0,32331	0,35748	-0,32004
2,00	0,43764	0,17616	-0,13459	0,19216	-0,21389	0,22239	-0,22182
2,50	0,50986	0,11511	-0,10656	0,10774	-0,12879	0,13258	-0,14142
3,00	0,55555	0,07049	-0,07247	0,05844	-0,07289	0,07686	-0,08534
3,50	0,58296	0,04142	-0,04530	0,03106	-0,03970	0,04381	-0,04978
4,00	0,59886	0,02371	-0,02693	0,01631	-0,02114	0,02472	-0,02846
4,50	0,60788	0,01334	-0,01551	0,00851	-0,01111	0,01387	-0,01608
5,00	0,61293	0,00742	-0,00876	0,00442	-0,00580	0,00776	-0,00903
5,50	0,61573	0,00410	-0,00489	0,00229	-0,00301	0,00433	-0,00505
6,00	0,61727	0,00225	-0,00271	0,00119	-0,00156	0,00242	-0,00282
6,50	0,61812	0,00123	-0,00149	0,00061	-0,00081	0,00135	-0,00157
7,00	0,61858	0,00067	-0,00082	0,00032	-0,00042	0,00075	-0,00088
7,50	0,61883	0,00036	-0,00045	0,00016	-0,00022	0,00042	-0,00049
8,00	0,61897	0,00020	-0,00024	0,00009	-0,00011	0,00023	-0,00027
8,50	0,61904	0,00011	-0,00013	0,00004	-0,00006	0,00013	-0,00015
9,00	0,61908	0,00005	-0,00007	0,00002	-0,00003	0,00007	-0,00008
9,50	0,61910	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00004	-0,00005
10,00	0,61911	0,00001	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00002	-0,00003
11,00	0,61911	-0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,61911	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,61911	-0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,61910	-0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,61909	-0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,61909	-0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,61908	-0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,61908	-0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,61907	-0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,61906	-0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,60$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68238	1,00000	-0,50558	1,00000	-0,47575
0,10	0,00325	0,06332	0,58492	0,94944	-0,50546	0,95243	-0,47566
0,20	0,01235	0,11716	0,49286	0,89893	-0,50467	0,90489	-0,47500
0,30	0,02638	0,16209	0,40664	0,84855	-0,50264	0,85746	-0,47329
0,40	0,04449	0,19870	0,32663	0,79846	-0,49889	0,81028	-0,47016
0,50	0,06587	0,22763	0,25317	0,74884	-0,49309	0,76349	-0,46531
0,60	0,08978	0,24956	0,18648	0,69992	-0,48500	0,71728	-0,45853
0,80	0,14263	0,27513	0,07383	0,60509	-0,46166	0,62740	-0,43889
1,00	0,19852	0,28091	-0,01160	0,51586	-0,42932	0,54224	-0,41150
1,50	0,33153	0,24203	-0,12211	0,32676	-0,32317	0,35845	-0,31983
2,00	0,43606	0,17518	-0,13430	0,19308	-0,21410	0,22338	-0,22195
2,50	0,50783	0,11429	-0,10617	0,10850	-0,12917	0,13344	-0,14175
3,00	0,55316	0,06987	-0,07210	0,05901	-0,07327	0,07755	-0,08571
3,50	0,58031	0,04098	-0,04499	0,03145	-0,04002	0,04431	-0,05011
4,00	0,59602	0,02340	-0,02669	0,01657	-0,02137	0,02507	-0,02873
4,50	0,60492	0,01313	-0,01534	0,00867	-0,01127	0,01411	-0,01628
5,00	0,60989	0,00729	-0,00864	0,00452	-0,00590	0,00791	-0,00917
5,50	0,61263	0,00401	-0,00481	0,00235	-0,00308	0,00443	-0,00514
6,00	0,61414	0,00220	-0,00265	0,00122	-0,00160	0,00248	-0,00288
6,50	0,61496	0,00120	-0,00146	0,00063	-0,00083	0,00139	-0,00161
7,00	0,61542	0,00066	-0,00080	0,00033	-0,00043	0,00077	-0,00090
7,50	0,61566	0,00036	-0,00043	0,00017	-0,00022	0,00043	-0,00050
8,00	0,61580	0,00019	-0,00024	0,00009	-0,00012	0,00024	-0,00028
8,50	0,61587	0,00011	-0,00013	0,00005	-0,00006	0,00014	-0,00016
9,00	0,61591	0,00006	-0,00007	0,00002	-0,00003	0,00008	-0,00009
9,50	0,61593	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00004	-0,00005
10,00	0,61594	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00002	-0,00003
11,00	0,61595	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,61595	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,61595	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,61595	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,61595	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,61595	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,61595	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,61595	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,61595	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,61595	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

A 9

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,70$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68115	1,00000	-0,50472	1,00000	-0,47490
0,10	0,00324	0,06320	0,58371	0,94953	-0,50461	0,95251	-0,47480
0,20	0,01232	0,11692	0,49168	0,89910	-0,50382	0,90506	-0,47415
0,30	0,02633	0,16173	0,40550	0,84881	-0,50179	0,85772	-0,47245
0,40	0,04439	0,19823	0,32556	0,79880	-0,49805	0,81062	-0,46933
0,50	0,06572	0,22706	0,25217	0,74927	-0,49227	0,76391	-0,46449
0,60	0,08957	0,24889	0,18557	0,70042	-0,48422	0,71778	-0,45774
0,80	0,14227	0,27429	0,07311	0,60575	-0,46097	0,62805	-0,43819
1,00	0,19797	0,27995	-0,01210	0,51664	-0,42876	0,54302	-0,41091
1,50	0,33047	0,24095	-0,12213	0,32772	-0,32302	0,35943	-0,31961
2,00	0,43448	0,17417	-0,13403	0,19401	-0,21431	0,22438	-0,22208
2,50	0,50579	0,11346	-0,10579	0,10928	-0,12954	0,13433	-0,14207
3,00	0,55075	0,06923	-0,07172	0,05959	-0,07366	0,07825	-0,08609
3,50	0,57762	0,04051	-0,04467	0,03186	-0,04034	0,04483	-0,05046
4,00	0,59314	0,02307	-0,02644	0,01684	-0,02161	0,02544	-0,02900
4,50	0,60190	0,01291	-0,01516	0,00884	-0,01143	0,01436	-0,01648
5,00	0,60678	0,00714	-0,00852	0,00462	-0,00600	0,00808	-0,00931
5,50	0,60946	0,00392	-0,00472	0,00241	-0,00314	0,00454	-0,00524
6,00	0,61093	0,00214	-0,00260	0,00126	-0,00164	0,00254	-0,00294
6,50	0,61173	0,00117	-0,00142	0,00066	-0,00086	0,00143	-0,00165
7,00	0,61217	0,00063	-0,00077	0,00034	-0,00045	0,00080	-0,00093
7,50	0,61241	0,00034	-0,00042	0,00018	-0,00023	0,00045	-0,00052
8,00	0,61254	0,00019	-0,00023	0,00009	-0,00012	0,00025	-0,00029
8,50	0,61261	0,00010	-0,00012	0,00005	-0,00006	0,00014	-0,00016
9,00	0,61264	0,00005	-0,00007	0,00003	-0,00003	0,00008	-0,00009
9,50	0,61266	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00004	-0,00005
10,00	0,61267	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00002	-0,00003
11,00	0,61268	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,61269	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,61269	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,61269	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,61269	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,61269	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,61269	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,61269	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,61269	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,61268	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,75 \quad f_0(0) = 0$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68054	1,00000	-0,50429	1,00000	-0,47447
0,10	0,00324	0,06314	0,58310	0,94957	-0,50417	0,95256	-0,47438
0,20	0,01231	0,11680	0,49108	0,89919	-0,50339	0,90514	-0,47372
0,30	0,02630	0,16155	0,40493	0,84894	-0,50136	0,85785	-0,47203
0,40	0,04435	0,19799	0,32502	0,79897	-0,49763	0,81079	-0,46891
0,50	0,06564	0,22677	0,25167	0,74948	-0,49186	0,76412	-0,46409
0,60	0,08947	0,24855	0,18511	0,70068	-0,48382	0,71803	-0,45735
0,80	0,14208	0,27388	0,07276	0,60607	-0,46062	0,62838	-0,43783
1,00	0,19770	0,27948	-0,01235	0,51703	-0,42848	0,54342	-0,41062
1,50	0,32994	0,24041	-0,12214	0,32820	-0,32295	0,35993	-0,31950
2,00	0,43369	0,17367	-0,13389	0,19448	-0,21441	0,22489	-0,22214
2,50	0,50476	0,11304	-0,10560	0,10968	-0,12973	0,13477	-0,14224
3,00	0,54954	0,06891	-0,07154	0,05989	-0,07385	0,07861	-0,08628
3,50	0,57627	0,04027	-0,04451	0,03207	-0,04050	0,04510	-0,05063
4,00	0,59168	0,02290	-0,02632	0,01697	-0,02173	0,02563	-0,02914
4,50	0,60037	0,01279	-0,01507	0,00893	-0,01151	0,01448	-0,01658
5,00	0,60520	0,00706	-0,00846	0,00468	-0,00606	0,00816	-0,00938
5,50	0,60785	0,00387	-0,00468	0,00245	-0,00317	0,00459	-0,00529
6,00	0,60930	0,00211	-0,00257	0,00128	-0,00166	0,00258	-0,00297
6,50	0,61009	0,00144	-0,00140	0,00067	-0,00087	0,00145	-0,00167
7,00	0,61052	0,00062	-0,00076	0,00035	-0,00045	0,00081	-0,00094
7,50	0,61075	0,00034	-0,00041	0,00018	-0,00024	0,00046	-0,00053
8,00	0,61088	0,00018	-0,00022	0,00009	-0,00012	0,00026	-0,00030
8,50	0,61095	0,00010	-0,00012	0,00005	-0,00006	0,00014	-0,00017
9,00	0,61098	0,00005	-0,00007	0,00003	-0,00003	0,00008	-0,00009
9,50	0,61100	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00005	-0,00005
10,00	0,61101	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,61102	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,61102	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,61102	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,61102	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,61102	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,61102	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,61102	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,61102	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,61102	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,61102	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,75 \quad f_0(0) = -0,006$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	-0,00600	0,00000	0,67946	1,00000	-0,49754	1,00000	-0,46857
0,10	-0,00277	0,06309	0,58312	0,95022	-0,49806	0,95312	-0,46900
0,20	0,00631	0,11680	0,49199	0,90041	-0,49792	0,90622	-0,46889
0,30	0,02030	0,16167	0,40649	0,85067	-0,49655	0,85938	-0,46774
0,40	0,03836	0,19830	0,32704	0,80116	-0,49349	0,81272	-0,46518
0,50	0,05971	0,22729	0,25398	0,75204	-0,48839	0,76640	-0,46091
0,60	0,08359	0,24931	0,18755	0,70356	-0,48101	0,72060	-0,45473
0,80	0,13641	0,27512	0,07509	0,60939	-0,45907	0,63136	-0,43628
1,00	0,19232	0,28115	-0,01047	0,52053	-0,42805	0,54661	-0,41001
1,50	0,32557	0,24263	-0,12184	0,33141	-0,32431	0,36297	-0,32052
2,00	0,43040	0,17573	-0,13466	0,19686	-0,21619	0,22726	-0,22365
2,50	0,50239	0,11462	-0,10665	0,11123	-0,13120	0,13641	-0,14358
3,00	0,54783	0,06998	-0,07245	0,06083	-0,07485	0,07966	-0,08726
3,50	0,57499	0,04096	-0,04517	0,03260	-0,04111	0,04575	-0,05128
4,00	0,59068	0,02332	-0,02675	0,01727	-0,02208	0,02602	-0,02954
4,50	0,59953	0,01304	-0,01534	0,00909	-0,01171	0,01471	-0,01683
5,00	0,60445	0,00721	-0,00861	0,00477	-0,00617	0,00830	-0,00952
5,50	0,60716	0,00395	-0,00477	0,00249	-0,00323	0,00467	-0,00537
6,00	0,60864	0,00215	-0,00262	0,00130	-0,00169	0,00263	-0,00302
6,50	0,60945	0,00117	-0,00143	0,00068	-0,00088	0,00148	-0,00170
7,00	0,60989	0,00064	-0,00078	0,00036	-0,00046	0,00083	-0,00096
7,50	0,61013	0,00035	-0,00042	0,00019	-0,00024	0,00047	-0,00054
8,00	0,61026	0,00019	-0,00023	0,00010	-0,00013	0,00026	-0,00030
8,50	0,61033	0,00010	-0,00012	0,00005	-0,00007	0,00015	-0,00017
9,00	0,61037	0,00006	-0,00007	0,00003	-0,00003	0,00008	-0,00010
9,50	0,61039	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00005	-0,00005
10,00	0,61040	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,61041	0,00001	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,61041	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,61042	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,61042	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,61042	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,61042	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
17,00	0,61042	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
18,00	0,61042	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
19,00	0,61043	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,61043	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,75 \quad f_0(0) = -0,008$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	-0,00800	0,00000	0,67909	1,00000	-0,49530	1,00000	-0,46661
0,10	-0,00477	0,06307	0,58313	0,95043	-0,49603	0,95331	-0,46722
0,20	0,00430	0,11680	0,49228	0,90082	-0,49610	0,90657	-0,46728
0,30	0,01830	0,16171	0,40701	0,85125	-0,49495	0,85988	-0,46631
0,40	0,03637	0,19840	0,32772	0,80188	-0,49211	0,81336	-0,46394
0,50	0,05772	0,22747	0,25475	0,75290	-0,48723	0,76715	-0,45985
0,60	0,08163	0,24957	0,18837	0,70451	-0,48007	0,72145	-0,45385
0,80	0,13452	0,27554	0,07587	0,61049	-0,45855	0,63236	-0,43576
1,00	0,19053	0,28170	-0,00984	0,52171	-0,42790	0,54768	-0,40981
1,50	0,32410	0,24336	-0,12174	0,33249	-0,32476	0,36399	-0,32085
2,00	0,42930	0,17642	-0,13491	0,19766	-0,21678	0,22806	-0,22415
2,50	0,50160	0,11515	-0,10700	0,11175	-0,13169	0,13696	-0,14404
3,00	0,54726	0,07035	-0,07276	0,06114	-0,07519	0,08002	-0,08759
3,50	0,57457	0,04119	-0,04539	0,03279	-0,04132	0,04597	-0,05150
4,00	0,59035	0,02346	-0,02689	0,01738	-0,02220	0,02615	-0,02968
4,50	0,59925	0,01312	-0,01542	0,00915	-0,01178	0,01479	-0,01691
5,00	0,60420	0,00725	-0,00866	0,00480	-0,00620	0,00834	-0,00957
5,50	0,60693	0,00398	-0,00480	0,00251	-0,00325	0,00470	-0,00540
6,00	0,60842	0,00217	-0,00264	0,00131	-0,00170	0,00264	-0,00304
6,50	0,60924	0,00118	-0,00144	0,00069	-0,00089	0,00148	-0,00171
7,00	0,60968	0,00064	-0,00078	0,00036	-0,00047	0,00083	-0,00096
7,50	0,60992	0,00035	-0,00043	0,00019	-0,00024	0,00047	-0,00054
8,00	0,61005	0,00019	-0,00023	0,00010	-0,00013	0,00026	-0,00030
8,50	0,61012	0,00010	-0,00012	0,00005	-0,00007	0,00015	-0,00017
9,00	0,61015	0,00006	-0,00007	0,00003	-0,00003	0,00008	-0,00010
9,50	0,61018	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00005	-0,00005
10,00	0,61019	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,61020	0,00001	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,61020	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,61020	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,61020	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,61020	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,61020	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,61020	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
18,00	0,61020	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
19,00	0,61020	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,61020	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,75 \quad f_0(0) = -0,01$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	-0,01000	0,00000	0,67872	1,00000	-0,49307	1,00000	-0,46465
0,10	-0,00677	0,06305	0,58312	0,95064	-0,49400	0,95349	-0,46544
0,20	0,00230	0,11679	0,49257	0,90122	-0,49429	0,90693	-0,46567
0,30	0,01630	0,16175	0,40752	0,85183	-0,49335	0,86039	-0,46489
0,40	0,03438	0,19849	0,32838	0,80261	-0,49072	0,81400	-0,46269
0,50	0,05574	0,22763	0,25552	0,75375	-0,48606	0,76791	-0,45879
0,60	0,07967	0,24981	0,18918	0,70547	-0,47912	0,72231	-0,45297
0,80	0,13262	0,27595	0,07665	0,61160	-0,45802	0,63335	-0,43523
1,00	0,18873	0,28225	-0,00921	0,52288	-0,42774	0,54874	-0,40960
1,50	0,32264	0,24410	-0,12163	0,33356	-0,32521	0,36501	-0,32118
2,00	0,42820	0,17711	-0,13516	0,19846	-0,21738	0,22885	-0,22466
2,50	0,50081	0,11568	-0,10735	0,11227	-0,13219	0,13752	-0,14449
3,00	0,54669	0,07071	-0,07306	0,06146	-0,07552	0,08037	-0,08792
3,50	0,57415	0,04142	-0,04561	0,03297	-0,04152	0,04619	-0,05171
4,00	0,59001	0,02360	-0,02704	0,01748	-0,02232	0,02628	-0,02981
4,50	0,59897	0,01320	-0,01551	0,00920	-0,01185	0,01487	-0,01699
5,00	0,60396	0,00730	-0,00872	0,00483	-0,00624	0,00839	-0,00962
5,50	0,60670	0,00400	-0,00483	0,00253	-0,00328	0,00472	-0,00543
6,00	0,60820	0,00218	-0,00265	0,00132	-0,00171	0,00266	-0,00306
6,50	0,60902	0,00119	-0,00145	0,00069	-0,00090	0,00149	-0,00172
7,00	0,60947	0,00064	-0,00079	0,00036	-0,00047	0,00084	-0,00097
7,50	0,60971	0,00035	-0,00043	0,00019	-0,00024	0,00047	-0,00054
8,00	0,60984	0,00019	-0,00023	0,00010	-0,00013	0,00027	-0,00031
8,50	0,60991	0,00010	-0,00013	0,00005	-0,00007	0,00015	-0,00017
9,00	0,60995	0,00006	-0,00007	0,00003	-0,00003	0,00008	-0,00010
9,50	0,60997	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00005	-0,00005
10,00	0,60998	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,60999	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,60999	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,60999	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,60999	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,60999	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,60999	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,60999	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,60999	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,60999	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,60999	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,75 \quad f_0(0) = 0 \quad f'_0(0) = -0,01$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	-0,01000	0,69141	1,00000	-0,49962	1,00000	-0,47029
0,10	0,00229	0,05422	0,59393	0,95004	-0,49956	0,95297	-0,47024
0,20	0,01053	0,10896	0,50176	0,90011	-0,49892	0,90597	-0,46971
0,30	0,02379	0,15477	0,41534	0,85029	-0,49714	0,85906	-0,46822
0,40	0,04120	0,19223	0,33504	0,80073	-0,49375	0,81237	-0,46538
0,50	0,06198	0,22199	0,26120	0,75161	-0,48838	0,76604	-0,46089
0,60	0,08537	0,24470	0,19406	0,70313	-0,48079	0,72026	-0,45453
0,80	0,13739	0,27168	0,08034	0,60904	-0,45860	0,63108	-0,43587
1,00	0,19271	0,27864	-0,00630	0,52029	-0,42749	0,54642	-0,40952
1,50	0,32513	0,24166	-0,11970	0,33142	-0,32392	0,36301	-0,32016
2,00	0,42969	0,17550	-0,13374	0,19700	-0,21607	0,22742	-0,22353
2,50	0,50165	0,11468	-0,10636	0,11138	-0,13123	0,13659	-0,14361
3,00	0,54713	0,07011	-0,07242	0,06095	-0,07493	0,07981	-0,08734
3,50	0,57436	0,04107	-0,04522	0,03269	-0,04118	0,04586	-0,05135
4,00	0,59010	0,02340	-0,02681	0,01733	-0,02213	0,02609	-0,02960
4,50	0,59899	0,01310	-0,01539	0,00913	-0,01175	0,01476	-0,01687
5,00	0,60393	0,00724	-0,00865	0,00479	-0,00619	0,00833	-0,00955
5,50	0,60666	0,00397	-0,00479	0,00251	-0,00325	0,00469	-0,00539
6,00	0,60815	0,00217	-0,00263	0,00131	-0,00170	0,00264	-0,00304
6,50	0,60896	0,00118	-0,00144	0,00069	-0,00089	0,00148	-0,00171
7,00	0,60940	0,00064	-0,00078	0,00036	-0,00046	0,00083	-0,00096
7,50	0,60964	0,00035	-0,00042	0,00019	-0,00024	0,00047	-0,00054
8,00	0,60977	0,00019	-0,00023	0,00010	-0,00013	0,00026	-0,00030
8,50	0,60984	0,00010	-0,00012	0,00005	-0,00007	0,00015	-0,00017
9,00	0,60988	0,00006	-0,00007	0,00003	-0,00003	0,00008	-0,00010
9,50	0,60990	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00005	-0,00005
10,00	0,60991	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,60992	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,60992	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,60992	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,60992	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,60992	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,60992	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,60992	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,60992	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,60992	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,60992	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,75 \quad f_0(0) = -0,008 \quad f'_0(0) = -0,01$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	-0,00800	-0,01000	0,68982	1,00000	-0,49065	1,00000	-0,46244
0,10	-0,00571	0,05414	0,59384	0,95089	-0,49142	0,95372	-0,46308
0,20	0,00252	0,10893	0,50286	0,90173	-0,49164	0,90740	-0,46326
0,30	0,01578	0,15490	0,41734	0,85261	-0,49072	0,86110	-0,46250
0,40	0,03322	0,19260	0,33769	0,80364	-0,48820	0,81494	-0,46039
0,50	0,05405	0,22264	0,26426	0,75503	-0,48371	0,76908	-0,45663
0,60	0,07752	0,24567	0,19732	0,70698	-0,47700	0,72368	-0,45100
0,80	0,12979	0,27330	0,08348	0,61347	-0,45648	0,63507	-0,43375
1,00	0,18550	0,28084	-0,00374	0,52500	-0,42686	0,55071	-0,40868
1,50	0,31925	0,24461	-0,11925	0,33575	-0,32571	0,36710	-0,32149
2,00	0,42527	0,17827	-0,13473	0,20022	-0,21846	0,23062	-0,22555
2,50	0,49847	0,11681	-0,10776	0,11349	-0,13322	0,13881	-0,14542
3,00	0,54485	0,07157	-0,07365	0,06222	-0,07628	0,08125	-0,08867
3,50	0,57267	0,04200	-0,04611	0,03342	-0,04201	0,04674	-0,05223
4,00	0,58877	0,02397	-0,02739	0,01774	-0,02262	0,02663	-0,03015
4,50	0,59788	0,01343	-0,01575	0,00935	-0,01202	0,01508	-0,01720
5,00	0,60295	0,00743	-0,00886	0,00491	-0,00634	0,00851	-0,00975
5,50	0,60575	0,00408	-0,00492	0,00257	-0,00333	0,00480	-0,00551
6,00	0,60728	0,00223	-0,00271	0,00135	-0,00175	0,00270	-0,00311
6,50	0,60811	0,00121	-0,00148	0,00070	-0,00091	0,00152	-0,00175
7,00	0,60857	0,00066	-0,00081	0,00037	-0,00048	0,00086	-0,00098
7,50	0,60881	0,00036	-0,00044	0,00019	-0,00025	0,00048	-0,00055
8,00	0,60895	0,00019	-0,00024	0,00010	-0,00013	0,00027	-0,00031
8,50	0,60902	0,00010	-0,00013	0,00005	-0,00007	0,00015	-0,00018
9,00	0,60906	0,00006	-0,00007	0,00003	-0,00004	0,00009	-0,00010
9,50	0,60908	0,00003	-0,00004	0,00001	-0,00002	0,00005	-0,00006
10,00	0,60909	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,60910	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,60910	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,60911	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,60911	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,60910	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,60910	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,60910	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,60910	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,60910	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,60910	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,80$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,67992	1,00000	-0,50385	1,00000	-0,47404
0,10	0,00324	0,06308	0,58249	0,94962	-0,50374	0,95260	-0,47394
0,20	0,01230	0,11668	0,49049	0,89928	-0,50295	0,90523	-0,47329
0,30	0,02627	0,16137	0,40436	0,84907	-0,50093	0,85798	-0,47160
0,40	0,04430	0,19776	0,32448	0,79915	-0,49721	0,81096	-0,46849
0,50	0,06557	0,22648	0,25117	0,74970	-0,49145	0,76433	-0,46367
0,60	0,08936	0,24822	0,18465	0,70093	-0,48343	0,71829	-0,45695
0,80	0,14190	0,27346	0,07240	0,60640	-0,46027	0,62871	-0,43748
1,00	0,19743	0,27900	-0,01260	0,51742	-0,42820	0,54381	-0,41032
1,50	0,32941	0,23987	-0,12215	0,32868	-0,32287	0,36043	-0,31939
2,00	0,43289	0,17316	-0,13376	0,19496	-0,21451	0,22540	-0,22220
2,50	0,50373	0,11262	-0,10541	0,11008	-0,12992	0,13523	-0,12420
3,00	0,54831	0,06858	-0,07135	0,06019	-0,07405	0,07897	-0,08647
3,50	0,57490	0,04003	-0,04436	0,03228	-0,04066	0,04537	-0,05080
4,00	0,59021	0,02273	-0,02619	0,01711	-0,02185	0,02582	-0,02928
4,50	0,59883	0,01268	-0,01498	0,00901	-0,01159	0,01461	-0,01669
5,00	0,60361	0,00698	-0,00839	0,00473	-0,00611	0,00824	-0,00945
5,50	0,60623	0,00382	-0,00464	0,00248	-0,00321	0,00464	-0,00534
6,00	0,60766	0,00208	-0,00254	0,00130	-0,00168	0,00261	-0,00301
6,50	0,60844	0,00112	-0,00138	0,00068	-0,00088	0,00147	-0,00169
7,00	0,60886	0,00061	-0,00075	0,00035	-0,00046	0,00083	-0,00095
7,50	0,60909	0,00033	-0,00040	0,00019	-0,00024	0,00047	-0,00054
8,00	0,60921	0,00018	-0,00022	0,00010	-0,00013	0,00026	-0,00030
8,50	0,60927	0,00010	-0,00012	0,00005	-0,00007	0,00015	-0,00017
9,00	0,60931	0,00005	-0,00006	0,00003	-0,00003	0,00008	-0,00010
9,50	0,60933	0,00003	-0,00003	0,00001	-0,00002	0,00005	-0,00005
10,00	0,60934	0,00001	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,60935	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,60935	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,60935	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,60935	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,60935	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,60935	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,60935	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,60935	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,60935	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,60935	-0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,90$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,67869	1,00000	-0,50297	1,00000	-0,47317
0,10	0,00323	0,06295	0,58127	0,94971	-0,50286	0,95269	-0,47307
0,20	0,01228	0,11643	0,48930	0,89945	-0,50208	0,90540	-0,47242
0,30	0,02622	0,16101	0,40321	0,84933	-0,50006	0,85824	-0,47074
0,40	0,04420	0,19729	0,32340	0,79950	-0,49636	0,81130	-0,46764
0,50	0,06542	0,22591	0,25016	0,75013	-0,49062	0,76476	-0,46284
0,60	0,08915	0,24754	0,18373	0,70145	-0,48263	0,71880	-0,45615
0,80	0,14154	0,27262	0,07168	0,60707	-0,45957	0,62937	-0,43676
1,00	0,19689	0,27804	-0,01311	0,51821	-0,42762	0,54461	-0,40971
1,50	0,32834	0,23878	-0,12219	0,32966	-0,32271	0,36144	-0,31916
2,00	0,43128	0,17213	-0,13350	0,19592	-0,21471	0,22644	-0,22232
2,50	0,50165	0,11175	-0,10504	0,11089	-0,13030	0,13614	-0,14273
3,00	0,54585	0,06790	-0,07098	0,06080	-0,07445	0,07970	-0,08686
3,50	0,57214	0,03953	-0,04403	0,03270	-0,04100	0,04591	-0,05116
4,00	0,58724	0,02237	-0,02594	0,01739	-0,02210	0,02620	-0,02956
4,50	0,59571	0,01243	-0,01479	0,00919	-0,01176	0,01487	-0,01690
5,00	0,60039	0,00682	-0,00825	0,00484	-0,00622	0,00842	-0,00960
5,50	0,60294	0,00371	-0,00454	0,00255	-0,00328	0,00476	-0,00544
6,00	0,60433	0,00200	-0,00248	0,00134	-0,00172	0,00269	-0,00307
6,50	0,60507	0,00108	-0,00134	0,00070	-0,00090	0,00152	-0,00174
7,00	0,60548	0,00058	-0,00072	0,00037	-0,00047	0,00086	-0,00098
7,50	0,60569	0,00031	-0,00039	0,00019	-0,00025	0,00048	-0,00055
8,00	0,60581	0,00017	-0,00021	0,00010	-0,00013	0,00027	-0,00031
8,50	0,60587	0,00009	-0,00011	0,00005	-0,00007	0,00015	-0,00018
9,00	0,60590	0,00005	-0,00006	0,00003	-0,00004	0,00009	-0,00010
9,50	0,60592	0,00002	-0,00003	0,00001	-0,00002	0,00005	-0,00006
10,00	0,60593	0,00001	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,60593	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,60593	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,60593	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,60593	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,60593	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,60593	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,60593	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,60593	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,60593	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,60593	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 0,99$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,67758	1,00000	-0,50218	1,00000	-0,47238
0,10	0,00322	0,06284	0,58016	0,94979	-0,50206	0,95276	-0,47228
0,20	0,01225	0,11621	0,48822	0,89961	-0,50128	0,90556	-0,47163
0,30	0,02617	0,16068	0,40218	0,84957	-0,49927	0,85847	-0,46995
0,40	0,04411	0,19686	0,32242	0,79981	-0,49558	0,81162	-0,46687
0,50	0,06529	0,22539	0,24925	0,75052	-0,48987	0,76516	-0,46209
0,60	0,08896	0,24694	0,18290	0,70191	-0,48190	0,71926	-0,45542
0,80	0,14121	0,27187	0,07102	0,60768	-0,45893	0,62998	-0,43610
1,00	0,19640	0,27717	-0,01358	0,51894	-0,42710	0,54534	-0,40915
1,50	0,32738	0,23779	-0,12223	0,33056	-0,32257	0,36236	-0,31894
2,00	0,42983	0,17119	-0,13328	0,19680	-0,21489	0,22738	-0,22242
2,50	0,49976	0,11096	-0,10471	0,11163	-0,13064	0,13689	-0,14302
3,00	0,54361	0,06728	-0,07064	0,06137	-0,07481	0,08038	-0,08721
3,50	0,56963	0,03906	-0,04374	0,03310	-0,04130	0,04642	-0,05148
4,00	0,58453	0,02204	-0,02571	0,01766	-0,02232	0,02656	-0,02982
4,50	0,59286	0,01219	-0,01461	0,00936	-0,01192	0,01512	-0,01709
5,00	0,59744	0,00666	-0,00813	0,00495	-0,00632	0,00858	-0,00974
5,50	0,59993	0,00360	-0,00445	0,00261	-0,00334	0,00486	-0,00553
6,00	0,60127	0,00194	-0,00241	0,00137	-0,00176	0,00275	-0,00313
6,50	0,60199	0,00104	-0,00130	0,00072	-0,00093	0,00156	-0,00177
7,00	0,60237	0,00055	-0,00070	0,00038	-0,00049	0,00088	-0,00100
7,50	0,60258	0,00029	-0,00037	0,00020	-0,00026	0,00050	-0,00057
8,00	0,60269	0,00016	-0,00020	0,00011	-0,00014	0,00028	-0,00032
8,50	0,60274	0,00008	-0,00010	0,00006	-0,00007	0,00016	-0,00018
9,00	0,60278	0,00004	-0,00006	0,00003	-0,00004	0,00009	-0,00010
9,50	0,60279	0,00002	-0,00003	0,00002	-0,00002	0,00005	-0,00006
10,00	0,60280	0,00001	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,60281	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,60281	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,60281	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,60281	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,60281	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,60281	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,60281	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,60281	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,60281	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,60281	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Pr = 0,71 \quad Sc = 0,63 \quad \delta_1 = 1,00$$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,67745	1,00000	-0,50209	1,00000	-0,47229
0,10	0,00322	0,06283	0,58004	0,94979	-0,50197	0,95277	-0,47219
0,20	0,01225	0,11619	0,48810	0,89963	-0,50119	0,90558	-0,47154
0,30	0,02616	0,16065	0,40206	0,84960	-0,49918	0,85850	-0,46987
0,40	0,04410	0,19681	0,32231	0,79985	-0,49549	0,81165	-0,46678
0,50	0,06527	0,22533	0,24915	0,75057	-0,48978	0,76520	-0,46200
0,60	0,08894	0,24687	0,18281	0,70197	-0,48182	0,71932	-0,45534
0,80	0,14118	0,27178	0,07095	0,60774	-0,45886	0,63005	-0,43602
1,00	0,19634	0,27707	-0,01363	0,51902	-0,42704	0,54542	-0,40909
1,50	0,32727	0,23768	-0,12223	0,33066	-0,32255	0,36247	-0,31892
1,00	0,42967	0,17109	-0,13325	0,19690	-0,21491	0,22749	-0,22244
2,50	0,49955	0,11087	-0,10467	0,11171	-0,13068	0,13707	-0,14305
3,00	0,54336	0,06721	-0,07061	0,06143	-0,07485	0,08045	-0,08724
3,50	0,56935	0,03901	-0,04371	0,03314	-0,04133	0,04647	-0,05151
4,00	0,58423	0,02200	-0,02568	0,01769	-0,02235	0,02660	-0,02985
4,50	0,59254	0,01217	-0,01459	0,00938	-0,01194	0,01515	-0,01711
5,00	0,59711	0,00664	-0,00811	0,00496	-0,00633	0,00860	-0,00975
5,50	0,59959	0,00359	-0,00444	0,00262	-0,00335	0,00488	-0,00554
6,00	0,60093	0,00193	-0,00241	0,00138	-0,00177	0,00276	-0,00314
6,50	0,60164	0,00103	-0,00130	0,00073	-0,00093	0,00156	-0,00178
7,00	0,60203	0,00055	-0,00069	0,00038	-0,00049	0,00089	-0,00101
7,50	0,60223	0,00029	-0,00037	0,00020	-0,00026	0,00050	-0,00057
8,00	0,60234	0,00015	-0,00020	0,00011	-0,00014	0,00028	-0,00032
8,50	0,60239	0,00008	-0,00010	0,00006	-0,00007	0,00016	-0,00018
9,00	0,60242	0,00004	-0,00006	0,00003	-0,00004	0,00009	-0,00010
9,50	0,60244	0,00002	-0,00003	0,00002	-0,00002	0,00005	-0,00006
10,00	0,60245	0,00001	-0,00002	0,00001	-0,00001	0,00003	-0,00003
11,00	0,60246	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00001	-0,00001
12,00	0,60246	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,60246	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,60246	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,60246	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,60246	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,60246	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,60246	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
19,00	0,60246	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,60246	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000

B 1

 $Pr = 0,71$

η	f_0	f'_0	f''_0	g_0	g'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,67745	1,00000	-0,50209
0,10	0,00322	0,06283	0,58004	0,94979	-0,50197
0,20	0,01225	0,11619	0,48810	0,89963	-0,50119
0,30	0,02616	0,16065	0,40206	0,84960	-0,49918
0,40	0,04410	0,19681	0,32231	0,79985	-0,49549
0,50	0,06527	0,22533	0,24915	0,75057	-0,48978
0,60	0,08894	0,24687	0,18281	0,70197	-0,48182
0,80	0,14118	0,27178	0,07095	0,60774	-0,45886
1,00	0,19634	0,27707	-0,01363	0,51902	-0,42704
1,50	0,32727	0,23768	-0,12223	0,33066	-0,32255
2,00	0,42967	0,17109	-0,13325	0,19690	-0,21491
2,50	0,49955	0,11087	-0,10467	0,11171	-0,13068
3,00	0,54336	0,06721	-0,07061	0,06143	-0,07485
3,50	0,56935	0,03901	-0,04371	0,03314	-0,04133
4,00	0,58423	0,02200	-0,02568	0,01769	-0,02235
4,50	0,59254	0,01217	-0,01459	0,00938	-0,01194
5,00	0,59711	0,00664	-0,00811	0,00496	-0,00633
5,50	0,59959	0,00359	-0,00444	0,00262	-0,00335
6,00	0,60093	0,00193	-0,00241	0,00138	-0,00177
6,50	0,60164	0,00103	-0,00130	0,00073	-0,00093
7,00	0,60202	0,00055	-0,00069	0,00038	-0,00049
7,50	0,60223	0,00029	-0,00037	0,00020	-0,00026
8,00	0,60233	0,00015	-0,00020	0,00011	-0,00014
8,50	0,60239	0,00008	-0,00010	0,00006	-0,00007
9,00	0,60242	0,00004	-0,00006	0,00003	-0,00004
9,50	0,60244	0,00002	-0,00003	0,00002	-0,00002
10,00	0,60244	0,00001	-0,00002	0,00001	-0,00001
11,00	0,60245	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
12,00	0,60245	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,60245	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,60245	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,60245	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,60245	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,60245	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,60245	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,60245	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,60245	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

B 2

 $Sc = 0,63$

η	f_0	f'_0	f''_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	0,00000	0,68969	1,00000	-0,48068
0,10	0,00328	0,06405	0,59218	0,95193	-0,48058
0,20	0,01249	0,11861	0,49994	0,90390	-0,47990
0,30	0,02671	0,16423	0,41342	0,85599	-0,47816
0,40	0,04506	0,20150	0,33303	0,80832	-0,47496
0,50	0,06675	0,23105	0,25909	0,76106	-0,46999
0,60	0,09104	0,25354	0,19186	0,71439	-0,46305
0,80	0,14478	0,28007	0,07799	0,62365	-0,44294
1,00	0,20173	0,28655	-0,00875	0,53774	-0,41488
1,50	0,33779	0,24833	-0,12218	0,35279	-0,32102
2,00	0,44538	0,18095	-0,13612	0,21766	-0,22114
2,50	0,51977	0,11898	-0,10855	0,12845	-0,13981
3,00	0,56714	0,07338	-0,07435	0,07362	-0,08351
3,50	0,59578	0,04346	-0,04682	0,04144	-0,04815
4,00	0,61252	0,02508	-0,02805	0,02308	-0,02718
4,50	0,62211	0,01424	-0,01630	0,01277	-0,01516
5,00	0,62752	0,00799	-0,00929	0,00704	-0,00840
5,50	0,63055	0,00446	-0,00523	0,00388	-0,00463
6,00	0,63223	0,00247	-0,00292	0,00213	-0,00255
6,50	0,63316	0,00137	-0,00162	0,00117	-0,00140
7,00	0,63368	0,00075	-0,00090	0,00064	-0,00077
7,50	0,63396	0,00042	-0,00050	0,00035	-0,00042
8,00	0,63412	0,00023	-0,00027	0,00019	-0,00023
8,50	0,63421	0,00013	-0,00015	0,00011	-0,00013
9,00	0,63425	0,00007	-0,00008	0,00006	-0,00007
9,50	0,63428	0,00004	-0,00005	0,00003	-0,00004
10,00	0,63429	0,00002	-0,00003	0,00002	-0,00002
11,00	0,63431	0,00001	-0,00001	0,00001	-0,00001
12,00	0,63431	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63431	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63431	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,63431	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,63431	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,63431	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,63431	-0,00000	-0,90000	0,00000	-0,00000
19,00	0,63431	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,63431	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

$$Sc = 0,63 \quad f_0(0) = -0,002$$

η	f_0	f'_0	f''_0	h_0	k'_0
0,00	-0,00200	0,00000	0,68927	1,00000	-0,47868
0,10	0,00128	0,06403	0,59213	0,95213	-0,47876
0,20	0,01049	0,11860	0,50019	0,90427	-0,47827
0,30	0,02471	0,16425	0,41390	0,85651	-0,47672
0,40	0,04306	0,20158	0,33367	0,80897	-0,47370
0,50	0,06476	0,23120	0,25984	0,76183	-0,46892
0,60	0,08907	0,25377	0,19266	0,71525	-0,46217
0,80	0,14287	0,28045	0,07876	0,62466	-0,44242
1,00	0,19991	0,28708	-0,00811	0,53882	-0,41469
1,50	0,33630	0,24905	-0,12206	0,35381	-0,32138
2,00	0,44425	0,18163	-0,13635	0,21844	-0,22166
2,50	0,51895	0,11951	-0,10889	0,12898	-0,14027
3,00	0,56654	0,07374	-0,07465	0,07396	-0,08384
3,50	0,59532	0,04369	-0,04704	0,04164	-0,04836
4,00	0,61216	0,02523	-0,02820	0,02320	-0,02732
4,50	0,62180	0,01432	-0,01639	0,01284	-0,01524
5,00	0,62725	0,00804	-0,00935	0,00709	-0,00844
5,50	0,63030	0,00449	-0,00526	0,00390	-0,00466
6,00	0,63199	0,00249	-0,00294	0,00215	-0,00257
6,50	0,63293	0,00138	-0,00163	0,00118	-0,00141
7,00	0,63345	0,00076	-0,00090	0,00065	-0,00078
7,50	0,63374	0,00042	-0,00050	0,00036	-0,00043
8,00	0,63390	0,00023	-0,00028	0,00020	-0,00023
8,50	0,63398	0,00013	-0,00015	0,00011	-0,00013
9,00	0,63403	0,00007	-0,00008	0,00006	-0,00007
9,50	0,63406	0,00004	-0,00005	0,00003	-0,00004
10,00	0,63407	0,00002	-0,00003	0,00002	-0,00002
11,00	0,63408	0,00001	-0,00001	0,00001	-0,00001
12,00	0,63409	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63409	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63409	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,63409	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,63409	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,63409	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,63409	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,63409	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,63409	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000

B 4

$$Sc = 0,63 \quad f_0(0) = -0,004$$

η	f_0	f'_0	f''_0	h_0	h'_0
0,00	-0,00400	0,00000	0,68884	1,00000	-0,47669
0,10	-0,00072	0,06401	0,59208	0,95232	-0,47695
0,20	0,00849	0,11859	0,50043	0,90463	-0,47664
0,30	0,02270	0,16428	0,41437	0,85702	-0,47527
0,40	0,04107	0,20166	0,33431	0,80962	-0,47244
0,50	0,06278	0,23135	0,26058	0,76259	-0,46785
0,60	0,08710	0,25400	0,19345	0,71612	-0,46129
0,80	0,14097	0,28084	0,07954	0,62566	-0,44190
1,00	0,19810	0,28761	-0,00747	0,53990	-0,41449
1,50	0,33481	0,24977	-0,12194	0,35483	-0,32173
2,00	0,44311	0,18231	-0,13658	0,21923	-0,22218
2,50	0,51812	0,12004	-0,10923	0,12952	-0,14073
3,00	0,56594	0,07411	-0,07495	0,07430	-0,08417
3,50	0,59487	0,04393	-0,04726	0,04185	-0,04858
4,00	0,61180	0,02537	-0,02834	0,02332	-0,02745
4,50	0,62150	0,01441	-0,01648	0,01291	-0,01532
5,00	0,62698	0,00810	-0,00940	0,00713	-0,00849
5,50	0,63005	0,00452	-0,00530	0,00392	-0,00469
6,00	0,63176	0,00251	-0,00296	0,00216	-0,00258
6,50	0,63271	0,00139	-0,00164	0,00119	-0,00142
7,00	0,63323	0,00077	-0,00091	0,00065	-0,00078
7,50	0,63352	0,00042	-0,00050	0,00036	-0,00043
8,00	0,63368	0,00023	-0,00028	0,00020	-0,00024
8,50	0,63376	0,00013	-0,00015	0,00011	-0,00013
9,00	0,63381	0,00007	-0,00008	0,00006	-0,00007
9,50	0,63384	0,00004	-0,00005	0,00003	-0,00004
10,00	0,63385	0,00002	-0,00003	0,00002	-0,00002
11,00	0,63387	0,00001	-0,00001	0,00001	-0,00001
12,00	0,63387	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63387	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63387	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,63387	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,63388	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
17,00	0,63388	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000
18,00	0,63388	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000
19,00	0,63388	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,63388	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000

B 5

$$Sc = 0,63 \quad f_0(0) = -0,006$$

η	f_0	f'_0	f''_0	h_0	h'_0
0,00	-0,00600	0,00000	0,68841	1,00000	-0,47470
0,10	-0,00272	0,06398	0,59202	0,95251	-0,47514
0,20	0,00648	0,11857	0,50068	0,90499	-0,47501
0,30	0,02070	0,16430	0,41485	0,85754	-0,47383
0,40	0,03907	0,20174	0,33494	0,81028	-0,47119
0,50	0,06079	0,23150	0,26132	0,76336	-0,46678
0,60	0,08513	0,25422	0,19425	0,71698	-0,46041
0,80	0,13906	0,28123	0,08032	0,62667	-0,44138
1,00	0,19628	0,28814	-0,00683	0,54097	-0,41429
1,50	0,33332	0,25049	-0,12181	0,35585	-0,32208
2,00	0,44198	0,18300	-0,13682	0,22002	-0,22269
2,50	0,51729	0,12057	-0,10957	0,13006	-0,14119
3,00	0,56534	0,07448	-0,07525	0,07464	-0,08450
3,50	0,59442	0,04417	-0,04748	0,04206	-0,04879
4,00	0,61145	0,02552	-0,02849	0,02344	-0,02758
4,50	0,62120	0,01450	-0,01658	0,01299	-0,01540
5,00	0,62672	0,00815	-0,00946	0,00717	-0,00854
5,50	0,62980	0,00454	-0,00533	0,00395	-0,00471
6,00	0,63152	0,00252	-0,00298	0,00217	-0,00260
6,50	0,63248	0,00140	-0,00166	0,00119	-0,00143
7,00	0,63300	0,00077	-0,00092	0,00066	-0,00079
7,50	0,63329	0,00043	-0,00051	0,00036	-0,00043
8,00	0,63345	0,00023	-0,00028	0,00020	-0,00024
8,50	0,63354	0,00013	-0,00015	0,00011	-0,00013
9,00	0,63359	0,00007	-0,00008	0,00006	-0,00007
9,50	0,63362	0,00004	-0,00005	0,00003	-0,00004
10,00	0,63363	0,00002	-0,00003	0,00002	-0,00002
11,00	0,63364	0,00001	-0,00001	0,00001	-0,00001
12,00	0,63365	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63365	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63365	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,63365	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,63365	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,63365	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,63365	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,63365	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,63365	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

B 6

$$Sc = 0,63 \quad f_0(0) = 0 \quad f'_0(0) = -0,01$$

η	f_0	f'_0	f''_0	h_0	h'_0
0,00	0,00000	-0,01000	0,70049	1,00000	-0,47648
0,10	0,00234	0,05513	0,60294	0,95235	-0,47642
0,20	0,01071	0,11076	0,51055	0,90473	-0,47588
0,30	0,02419	0,15743	0,42376	0,85721	-0,47435
0,40	0,04192	0,19571	0,34299	0,80991	-0,47142
0,50	0,06308	0,22624	0,26858	0,76298	-0,46679
0,60	0,08693	0,24965	0,20078	0,71661	-0,46024
0,80	0,14006	0,27783	0,08555	0,62636	-0,44099
1,00	0,19670	0,28567	-0,00269	0,54075	-0,41382
1,50	0,33293	0,24955	-0,11971	0,35585	-0,32173
2,00	0,44132	0,18277	-0,13592	0,22014	-0,22257
2,50	0,51660	0,12062	-0,10929	0,13021	-0,14120
3,00	0,56469	0,07460	-0,07522	0,07476	-0,08456
3,50	0,59384	0,04428	-0,04753	0,04215	-0,04885
4,00	0,61091	0,02560	-0,02855	0,02350	-0,02763
4,50	0,62070	0,01455	-0,01662	0,01303	-0,01543
5,00	0,62624	0,00818	-0,00949	0,00719	-0,00856
5,50	0,62934	0,00456	-0,00535	0,00396	-0,00473
6,00	0,63106	0,00253	-0,00299	0,00218	-0,00261
6,50	0,63202	0,00140	-0,00166	0,00120	-0,00144
7,00	0,63255	0,00077	-0,00092	0,00066	-0,00079
7,50	0,63284	0,00042	-0,00051	0,00036	-0,00043
8,00	0,63300	0,00023	-0,00028	0,00020	-0,00024
8,50	0,63308	0,00013	-0,00016	0,00011	-0,00013
9,00	0,63313	0,00007	-0,00009	0,00006	-0,00007
9,50	0,63316	0,00004	-0,00005	0,00003	-0,00004
10,00	0,63317	0,00002	-0,00003	0,00002	-0,00002
11,00	0,63318	0,00000	-0,00001	0,00001	-0,00001
12,00	0,63318	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63318	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63317	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,63317	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,63316	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,63316	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,63316	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,63315	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,63315	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

B 7

$$Sc = 0,63 \quad f_0(0) = -0,004 \quad f'_0(0) = -0,01$$

η	f_0	f'_0	f''_0	h_0	h'_0
0,00	-0,00400	-0,01000	0,69957	1,00000	-0,47250
0,10	-0,00167	0,05508	0,60278	0,95273	-0,47280
0,20	0,00670	0,11072	0,51100	0,90546	-0,47261
0,30	0,02018	0,15746	0,42468	0,85824	-0,47145
0,40	0,03792	0,19585	0,34425	0,81121	-0,46890
0,50	0,05910	0,22652	0,27006	0,76452	-0,46464
0,60	0,08298	0,25008	0,20237	0,71835	-0,45846
0,80	0,13623	0,27858	0,08712	0,62837	-0,43993
1,00	0,19306	0,28672	-0,00139	0,54291	-0,41341
1,50	0,32993	0,25099	-0,11943	0,35790	-0,32243
2,00	0,43904	0,18415	-0,13638	0,22173	-0,22361
2,50	0,51494	0,12170	-0,10996	0,13130	-0,14212
3,00	0,56349	0,07535	-0,07582	0,07546	-0,08522
3,50	0,59293	0,04476	-0,04797	0,04257	-0,04929
4,00	0,61020	0,02590	-0,02884	0,02375	-0,02790
4,50	0,62011	0,01473	-0,01681	0,01317	-0,01559
5,00	0,62572	0,00829	-0,00960	0,00728	-0,00865
5,50	0,62886	0,00463	-0,00542	0,00401	-0,00478
6,00	0,63061	0,00258	-0,00303	0,00221	-0,00264
6,50	0,63159	0,00143	-0,00169	0,00122	-0,00145
7,00	0,63213	0,00079	-0,00094	0,00067	-0,00080
7,50	0,63242	0,00044	-0,00052	0,00037	-0,00044
8,00	0,63259	0,00024	-0,00029	0,00020	-0,00024
8,50	0,63268	0,00014	-0,00016	0,00011	-0,00013
9,00	0,63273	0,00008	-0,00009	0,00006	-0,00007
9,50	0,63276	0,00004	-0,00005	0,00003	-0,00004
10,00	0,63278	0,00003	-0,00003	0,00002	-0,00002
11,00	0,63279	0,00001	-0,00001	0,00001	-0,00001
12,00	0,63280	0,00001	-0,00000	0,00000	-0,00000
13,00	0,63281	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
14,00	0,63281	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
15,00	0,63281	0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000
16,00	0,63282	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000
17,00	0,63282	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000
18,00	0,63282	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000
19,00	0,63283	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000
20,00	0,63283	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,00000

C 1

$$Pr = 0,708 \quad n = -0,15$$

η	f_0	f'_0	f''_0	$1-g_0$	$-g'_0$
0,00	0,00000	0,00000	0,65949	0,00000	0,55423
0,50	0,06312	0,21703	0,23471	0,27485	0,53705
1,00	0,18846	0,26296	-0,02227	0,52543	0,45359
1,50	0,31151	0,22080	-0,12471	0,72044	0,32318
2,00	0,40539	0,15430	-0,13975	0,84974	0,19855
2,50	0,46734	0,09612	-0,09939	0,92500	0,10901
3,00	0,50448	0,05537	-0,06454	0,96475	0,05515
3,50	0,52530	0,03012	-0,03810	0,98430	0,02623
4,00	0,53640	0,01568	-0,02109	0,99338	0,01184
4,50	0,54208	0,00786	-0,01113	0,99739	0,00508
5,00	0,54488	0,00381	-0,00564	0,99907	0,00205
5,50	0,54622	0,00178	-0,00277	0,99973	0,00076
6,00	0,54683	0,00081	-0,00131	0,99996	0,00024
6,50	0,54711	0,00035	-0,00060	1,00002	0,00005
7,00	0,54723	0,00014	-0,00026	1,00003	-0,00001
7,50	0,54727	0,00006	-0,00011	1,00002	-0,00002
8,00	0,54729	0,00002	-0,00004	1,00002	-0,00002
8,50	0,54730	0,00001	-0,00002	1,00001	-0,00001
9,00	0,54730	0,00000	-0,00000	1,00001	-0,00001
9,50	0,54730	-0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
10,00	0,54730	-0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
11,00	0,54729	-0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
12,00	0,54729	-0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
13,00	0,54729	0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
14,00	0,54729	0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
15,00	0,54730	0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
16,00	0,54730	0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
17,00	0,54730	0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
18,00	0,54730	0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
19,00	0,54730	0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
20,00	0,54730	-0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000

C 2

 $Pr = 0,708 \quad n = -0,2$

η	f_0	f'_0	f''_0	$1-g_0$	$-g'_0$
0,00	0,00000	0,00000	0,65328	0,00000	0,57125
0,50	0,06237	0,21415	0,22971	0,28313	0,55237
1,00	0,18574	0,25809	-0,02518	0,53979	0,46182
1,50	0,30609	0,21505	-0,12539	0,73670	0,32280
2,00	0,39709	0,14867	-0,12972	0,86430	0,19281
2,50	0,45639	0,09126	-0,09748	0,93619	0,10183
3,00	0,49135	0,05153	-0,06243	0,97251	0,04883
3,50	0,51051	0,02730	-0,03621	0,98929	0,02153
4,00	0,52042	0,01371	-0,01957	0,99642	0,00867
4,50	0,52528	0,00655	-0,01000	0,99916	0,00309
5,00	0,52756	0,00297	-0,00486	1,00006	0,00086
5,50	0,52856	0,00127	-0,00225	1,00026	0,00008
6,00	0,52898	0,00050	-0,00098	1,00023	-0,00013
6,50	0,52914	0,00018	-0,00040	1,00016	-0,00014
7,00	0,52919	0,00005	-0,00015	1,00010	-0,00011
7,50	0,52920	0,00000	-0,00005	1,00005	-0,00007
8,00	0,52920	-0,00001	-0,00001	1,00003	-0,00004
8,50	0,52919	-0,00001	0,00000	1,00001	-0,00002
9,00	0,52919	-0,00001	0,00001	1,00001	-0,00001
9,50	0,52919	-0,00000	0,00000	1,00000	-0,00001
10,00	0,52919	-0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
11,00	0,52918	-0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
12,00	0,52918	0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
13,00	0,52918	0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
14,00	0,52919	0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
15,00	0,52919	0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
16,00	0,52919	0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
17,00	0,52919	-0,00000	-0,00000	1,00000	0,00000
18,00	0,52918	-0,00000	-0,00000	1,00000	0,00000
19,00	0,52918	-0,00000	-0,00000	1,00000	0,00000
20,00	0,52918	-0,00000	-0,00000	1,00000	0,00000

C 3

 $Pr = 0,708 \quad n = -0,3$

η	f_0	f'_0	f''_0	$1-g_0$	$-g'_0$
0,00	0,00000	0,00000	0,64099	0,00000	0,60414
0,50	0,06090	0,20845	0,21979	0,29911	0,58180
1,00	0,18034	0,24846	-0,03083	0,56729	0,47702
1,50	0,29536	0,20374	-0,12652	0,76745	0,32119
2,00	0,38072	0,13771	-0,12746	0,89137	0,18113
2,50	0,43491	0,08191	-0,09355	0,95658	0,08782
3,00	0,46572	0,04426	-0,05822	0,98629	0,03684
3,50	0,48176	0,02204	-0,03249	0,99789	0,01282
4,00	0,48946	0,01011	-0,01664	1,00145	0,00298
4,50	0,49286	0,00422	-0,00787	1,00193	-0,00037
5,00	0,49421	0,00153	-0,00341	1,00150	-0,00111
5,50	0,49465	0,00041	-0,00131	1,00096	-0,00098
6,00	0,49474	0,00002	-0,00041	1,00055	-0,00066
6,50	0,49471	-0,00009	-0,00007	1,00029	-0,00039
7,00	0,49467	-0,00009	0,00004	1,00014	-0,00021
7,50	0,49463	-0,00006	0,00005	1,00006	-0,00011
8,00	0,49460	-0,00004	0,00004	1,00003	-0,00005
8,50	0,49459	-0,00002	0,00003	1,00001	-0,00002
9,00	0,49458	-0,00001	0,00002	1,00000	-0,00001
9,50	0,49457	-0,00000	0,00001	1,00000	-0,00000
10,00	0,49457	-0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
11,00	0,49457	0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000
12,00	0,49457	0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
13,00	0,49457	0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
14,00	0,49457	-0,00000	-0,00000	1,00000	-0,00000
15,00	0,49457	-0,00000	-0,00000	1,00000	0,00000
16,00	0,49457	-0,00000	-0,00000	1,00000	0,00000
17,00	0,49457	-0,00000	0,00000	1,00000	0,00000
18,00	0,49457	-0,00000	0,00000	1,00000	0,00000
19,00	0,49457	0,00000	0,00000	1,00000	0,00000
20,00	0,49457	0,00000	0,00000	1,00000	-0,00000

D 1

 $Pr = 0,71$

η	f_1	f'_1	f''_1	g_1	g'_1
0,00	0,00000	0,00000	0,06097	0,00000	-0,23022
0,10	0,00020	0,00291	-0,00073	-0,02051	-0,18000
0,20	0,00041	0,00070	-0,04164	-0,03600	-0,12983
0,30	0,00023	-0,00466	-0,06400	-0,04649	-0,08006
0,40	-0,00057	-0,01145	-0,07029	-0,05206	-0,03138
0,50	-0,00205	-0,01818	-0,06322	-0,05286	0,01523
0,60	-0,00416	-0,02367	-0,04562	-0,04915	0,05870
0,80	-0,00947	-0,02756	0,00983	-0,02979	0,13190
1,00	-0,01436	-0,01915	0,07465	0,00188	0,18113
1,50	-0,00897	0,04968	0,18104	0,10078	0,18985
2,00	0,03867	0,13883	0,15781	0,17413	0,09597
2,50	0,12424	0,19579	0,06693	0,19643	-0,00165
3,00	0,22671	0,20711	-0,01625	0,17975	-0,05764
3,50	0,32588	0,18571	-0,06290	0,14542	-0,07478
4,00	0,41001	0,14968	-0,07686	0,10871	-0,06985
4,50	0,47533	0,11207	-0,07146	0,07702	-0,05641
5,00	0,52296	0,07955	-0,05803	0,05250	-0,04193
5,50	0,55610	0,05425	-0,04338	0,03476	-0,02954
6,00	0,57836	0,03586	-0,03065	0,02249	-0,02003
6,50	0,59290	0,02312	-0,02079	0,01429	-0,01321
7,00	0,60218	0,01461	-0,01367	0,00894	-0,00851
7,50	0,60801	0,00908	-0,00877	0,00552	-0,00539
8,00	0,61160	0,00557	-0,00552	0,00337	-0,00336
8,50	0,61379	0,00337	-0,00342	0,00204	-0,00207
9,00	0,61512	0,00202	-0,00209	0,00122	-0,00126
9,50	0,61591	0,00120	-0,00126	0,00073	-0,00076
10,00	0,61638	0,00071	-0,00075	0,00043	-0,00045
11,00	0,61681	0,00024	-0,00026	0,00015	-0,00016
12,00	0,61696	0,00008	-0,00009	0,00005	-0,00005
13,00	0,61701	0,00003	-0,00003	0,00002	-0,00002
14,00	0,61702	0,00001	-0,00001	0,00001	-0,00001
15,00	0,61703	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
16,00	0,61703	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,61703	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,61703	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,61703	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,61703	-0,00000	0,00000	0,00000	-0,00000

D 2

 $Pr = 0,71$

η	f_2	f'_2	f''_2	g_2	g'_2
0,00	0,00000	0,00000	-0,00493	0,00000	0,02770
0,10	-0,00003	-0,00069	-0,00781	0,00384	0,04821
0,20	-0,00013	-0,00119	-0,00142	0,00922	0,05869
0,30	-0,00024	-0,00086	0,00831	0,01516	0,05921
0,40	-0,00027	0,00038	0,01655	0,02067	0,05013
0,50	-0,00015	0,00220	0,01970	0,02482	0,03228
0,60	0,00017	0,00397	0,01549	0,02682	0,00707
0,80	0,00109	0,00418	-0,01768	0,02200	-0,05739
1,00	0,00120	-0,00503	-0,07699	0,00379	-0,12403
1,50	-0,01767	-0,08220	-0,21408	-0,08259	-0,19075
2,00	-0,08561	-0,18538	-0,16530	-0,15559	-0,08191
2,50	-0,19171	-0,22331	0,02056	-0,15832	0,06455
3,00	-0,29328	-0,16974	0,17881	-0,10343	0,14098
3,50	-0,35246	-0,06251	0,23262	-0,03019	0,14263
4,00	-0,35538	0,04791	0,19888	0,03252	0,10494
4,50	-0,30947	0,12956	0,12529	0,07326	0,05845
5,00	-0,23228	0,17293	0,05046	0,09219	0,01921
5,50	-0,14212	0,18303	-0,00615	0,09457	-0,00760
6,00	-0,05302	0,17055	-0,04010	0,08660	-0,02254
6,50	0,02646	0,14612	-0,05491	0,07356	-0,02845
7,00	0,09247	0,11782	-0,05666	0,05914	-0,02854
7,50	0,14448	0,09069	-0,05107	0,04557	-0,02544
8,00	0,18379	0,06728	-0,04234	0,03393	-0,02104
8,50	0,21253	0,04844	-0,03313	0,02456	-0,01650
9,00	0,23297	0,03401	-0,02482	0,01735	-0,01243
9,50	0,24718	0,02338	-0,01798	0,01202	-0,00906
10,00	0,25686	0,01579	-0,01267	0,00817	-0,00644
11,00	0,26763	0,00688	-0,00590	0,00362	-0,00305
12,00	0,27222	0,00285	-0,00257	0,00152	-0,00135
13,00	0,27409	0,00114	-0,00107	0,00062	-0,00057
14,00	0,27482	0,00044	-0,00042	0,00024	-0,00023
15,00	0,27510	0,00016	-0,00016	0,00009	-0,00009
16,00	0,27520	0,00006	-0,00006	0,00003	-0,00003
17,00	0,27254	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00001
18,00	0,27525	0,00001	-0,00001	0,00000	-0,00000
19,00	0,27526	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,27526	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

D 3

Sc = 0,63

η	f_1	f'_1	f''_1	h_1	h'_1
0,00	0,00000	0,00000	0,06298	0,00000	-0,22973
0,10	0,00021	0,00305	0,00006	-0,02057	-0,18166
0,20	0,00044	0,00086	-0,04201	-0,03633	-0,13362
0,30	0,00027	-0,00459	-0,06540	-0,04731	-0,08592
0,40	-0,00053	-0,01156	-0,07251	-0,05356	-0,03917
0,50	-0,00204	-0,01854	-0,06601	-0,05522	0,00580
0,60	-0,00420	-0,02433	-0,04867	-0,05251	0,04805
0,80	-0,00970	-0,02881	0,00716	-0,03540	0,12050
1,00	-0,01488	-0,02079	0,07347	-0,00585	0,17168
1,50	-0,01022	0,04892	0,18601	0,09149	0,19443
2,00	0,03788	0,14183	0,16718	0,17086	0,11400
2,50	0,12617	0,20365	0,07641	0,20316	0,01846
3,00	0,23364	0,21905	-0,00966	0,19510	-0,04412
3,50	0,33945	0,20000	-0,06010	0,16536	-0,06981
4,00	0,43093	0,16449	-0,07740	0,12938	-0,07144
4,50	0,50348	0,12600	-0,07428	0,09585	-0,06168
5,00	0,55766	0,09172	-0,06205	0,06828	-0,04854
5,50	0,59636	0,06430	-0,04772	0,04723	-0,03602
6,00	0,62311	0,04379	-0,03473	0,03192	-0,02566
6,50	0,64113	0,02914	-0,02430	0,02117	-0,01774
7,00	0,65301	0,01905	-0,01651	0,01382	-0,01198
7,50	0,66073	0,01226	-0,01097	0,00891	-0,00794
8,00	0,66566	0,00779	-0,00715	0,00568	-0,00518
8,50	0,66878	0,00490	-0,00459	0,00358	-0,00333
9,00	0,67074	0,00306	-0,00292	0,00224	-0,00212
9,50	0,67195	0,00189	-0,00183	0,00139	-0,00134
10,00	0,67270	0,00116	-0,00114	0,00086	-0,00084
11,00	0,67343	0,00043	-0,00043	0,00032	-0,00032
12,00	0,67370	0,00016	-0,00016	0,00012	-0,00012
13,00	0,67380	0,00006	-0,00006	0,00004	-0,00004
14,00	0,67384	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00002
15,00	0,67385	0,00001	-0,00001	0,00001	-0,00001
16,00	0,67385	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
17,00	0,67385	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
18,00	0,67385	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
19,00	0,67386	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000
20,00	0,67386	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

D 4

Sc = 0,63

η	f_2	f'_2	f''_2	h_2	h'_2
0,00	0,00000	0,00000	-0,00548	0,00000	0,02895
0,10	-0,00004	-0,00075	-0,00851	0,00396	0,04952
0,20	-0,00014	-0,00132	-0,00204	0,00950	0,06048
0,30	-0,00027	-0,00104	0,00795	0,01566	0,06190
0,40	-0,00032	0,00018	0,01656	0,02150	0,05408
0,50	-0,00021	0,00202	0,02010	0,02613	0,03775
0,60	0,00008	0,00384	0,01617	0,02875	0,01409
0,80	0,00100	0,00420	-0,01711	0,02558	-0,04805
1,00	0,00112	-0,00502	-0,07792	0,00924	-0,11517
1,50	-0,01819	-0,08473	-0,22411	-0,07640	-0,20016
2,00	-0,08904	-0,19512	-0,18290	-0,16046	-0,11459
2,50	-0,20221	-0,24167	0,00531	-0,18074	0,03135
3,00	-0,31449	-0,19329	0,17409	-0,13803	0,12724
3,50	-0,38549	-0,08524	0,24039	-0,06592	0,15106
4,00	-0,39837	0,03162	0,21602	0,00495	0,12745
4,50	-0,35824	0,12306	0,14642	0,05836	0,08520
5,00	-0,28166	0,17689	0,07047	0,09015	0,04306
5,50	-0,18717	0,19595	0,00929	0,10291	0,00979
6,00	-0,08993	0,18971	-0,03063	0,10181	-0,01236
6,50	0,00006	0,16853	-0,05121	0,09223	-0,02454
7,00	0,07754	0,14087	-0,05757	0,07854	-0,02922
7,50	0,14082	0,11245	-0,05506	0,06385	-0,02899
8,00	0,19042	0,08658	-0,04800	0,05002	-0,02603
8,50	0,22807	0,06473	-0,03933	0,03803	-0,02187
9,00	0,25588	0,04723	-0,03080	0,02820	-0,01752
9,50	0,27597	0,03376	-0,02330	0,02046	-0,01352
10,00	0,29021	0,02371	-0,01714	0,01458	-0,01014
11,00	0,30697	0,01119	-0,00870	0,00706	-0,00531
12,00	0,31470	0,00504	-0,00413	0,00325	-0,00259
13,00	0,31812	0,00218	-0,00186	0,00144	-0,00120
14,00	0,31958	0,00091	-0,00081	0,00061	-0,00053
15,00	0,32018	0,00037	-0,00034	0,00025	-0,00023
16,00	0,32042	0,00014	-0,00014	0,00010	-0,00009
17,00	0,32051	0,00005	-0,00005	0,00004	-0,00004
18,00	0,32054	0,00002	-0,00002	0,00001	-0,00002
19,00	0,32055	0,00000	-0,00001	0,00000	-0,00001
20,00	0,32055	0,00000	-0,00000	0,00000	-0,00000

SUMMARY

In this thesis we describe measurements on stationary heat and mass transfer by free convection about a vertical cylinder. In chapter 1 we motivate our investigation. The experiment is based on the classical problem of transfer from a vertical flat plate. The boundary layer theory, as developed by Schmidt, Beckmann and Pohlhausen in 1930, is very useful for the theoretical treatment of this problem. Many attempts to refine this theory in later years are purely theoretical and not justified by the few experimental data given in literature. On the contrary measurements of heat transfer, especially those of GOLDSTEIN and ECKERT (1960), give perfect support to the boundary layer theory without corrections.

Mass transfer can be considered to be analogous to heat transfer, the influence of a mass flux perpendicular to the wall being mostly negligible. Therefore it can be described by the same theory. Because of the great experimental difficulties only few data on mass transfer are to be found in literature and moreover these data show poor mutual agreement and very large discrepancies with theory. The purpose of our experiments was to check the theory of mass transfer with careful measurements. There are some possible reasons for the large discrepancies in literature data. First of all it is difficult to measure local mass transfer. Measuring total mass transfer, on the other hand, one finds large inaccuracies as a result of leading and trailing edge effects. Apart from this it is not easy to measure isothermal mass transfer. This latter difficulty could explain why most experiments are performed on simultaneous heat and mass transfer. If in that case the body forces, due to the temperature and concentration differences respectively, are opposite the boundary layer theory is mostly not suitable. It seems that many investigators did not completely account for this deviation from simple theory. We succeeded to establish the validity of the boundary layer theory for isothermal mass transfer as well as for simultaneous heat and mass transfer. In this latter case we took care of observing parallel body forces only.

In chapter 2 we extend the classical theory for the flat plate to simultaneous transfer of heat and mass. This theory introduces a parameter equal to the ratio of the Grashof number for heat transfer and the total Grashof number. The extreme values of this parameter represent pure heat and pure mass transfer respectively. When using water vapour which diffuses into air heat and mass transfer are very similar. The Prandtl number for heat transfer and the Schmidt number for mass transfer are nearly equal. In this way it was also possible to obtain parallel body forces. The system of differential equations describing this simultaneous problem is solved for several values of this parameter. Of course the extreme solutions for pure heat and mass transfer are included. We can see that the heat and mass transfer hardly influence each other. This means both effects are practically additional, which is not surprising for nearly equal Pr and Sc numbers. For practical reasons we carried out our investigation with a ver-

tical cylinder. By use of a pertubation technique the classical flat plate solution is extended to the cylinder problem, which is solved numerically. Additional calculations confirms that the influence of mass flux at the wall is negligible: the velocity component perpendicular to the wall remains extremely small.

In chapter 3 we describe apparatus and experimental method. Measurements were carried out for heat transfer, as well as for pure mass transfer and simultaneous transfer. Special attention is paid to the way in which local measurements were possible. Special investigation shows no influence of the finite dimensions of the room. The results of pure heat and pure mass transfer and simultaneous transfer agree very well with the theory developed in chapter 2. The results for heat transfer give a check for our experimental approach; they do not justify further theoretical refinement of boundary layer theory. Measurements on isothermal evaporation show the boundary layer theory to be suitable for mass transfer. For simultaneous transfer the theory proves also to be excellently applicable, if only the body forces act in the same direction. The deviations between experiment and theory are restricted to a few per cent. Even if compared with the original flat plate theory of Schmidt, Beckman and Pohlhausen we find no deviation larger than a few per cent.

In the appendix we present the numerical method with complete results.

As a final conclusion we would state that the experimental evidence strongly supports the application of the original boundary layer theory for heat and mass transfer. The numerical effect of several corrections to this theory, proposed in literature and in this thesis, appears to be too small compared with technological accuracy.

LITERATUUR

- ADAMS, J. A.; LOWELL, R. L. (1968), Int. J. Heat Mass Transf. 11, p. 1215.
- ADAMS, J. A.; MCFADDEN, P. W. (1966), A. I. Ch. E. Journal 12, p. 642.
- BOELTER, L. M. K.; GORDON, H. S.; GRIFFIN, J. R. (1946), Ind. Eng. Chem. 38, p. 596.
- BÖRNER, H. (1964), Diss. Darmstadt.
- CHEESEWRIGHT, R. (1966), Diss. Queen Mary College – London.
- CHEESEWRIGHT, R. (1967), Int. J. Heat Mass Transf. 10, p. 1847, of Diss. (1966).
- CHEESEWRIGHT, R. (1968), J. Heat Transf., p. 1, of Diss. (1966).
- DOE, P. E. (1967), Int. J. Heat Mass Transf. 10, p. 311.
- DIJKEMA, K. M.; STOUTHART, J. G. (1968), Proc. VII Conference on vacuum microbalance techniques. Eindhoven 1968 (in voorbereiding).
- EDE, A. J. (1967), Advances in Heat Transfer – Academic Press.
- EICHHORN, R. (1960), Trans. of A.S.M.E. p. 260.
- EICHHORN, R. (1962), Int. J. Heat Mass Transf. 5, p. 915.
- GILL, W. N.; DEL CASAL, E.; ZEH, D. W. (1965), Int. J. Heat Mass Transf. 8, p. 1135.
- GOLDSTEIN, R. J.; ECKERT, E. R. G. (1960), Int. J. Heat Mass Transf. 1, p. 208.
- GROBER, H.; ERK, S.; GRIGULL, U. (1955), Grundgesetze der Wärmeübertragung – Springer Verlag.
- KESTIN, J.; WHITELAW, J. H. (1964), Int. J. Heat Mass Transf. 7, p. 1245.
- KRANSE, A. A.; SCHENK, J. (1965), Appl. Sci. Res. A 15, p. 397.
- KUIKEN, H. K. (1967), Diss. Delft.
- KUIKEN, H. K. (1968), J. Eng. Math. II, 4, p. 355.
- KUIKEN, H. K. (1969), J. Fluid Mech. 37, p. 785.
- LEWIS, W. K. (1922), Mech. Eng. 44, p. 445.
- LOOS, G. (1967), Diss. Darmstadt.
- LORENZ, L. (1881), Ann. Phys. Chem. 13, p. 582.
- MATHERS, W. G.; MADDEN, A. J.; PIRET, E. L. (1957), Ind. Eng. Chem. 49, p. 963.
- MERK, H. J.; PRINS, J. A. (1954), Appl. Sci. Res. A 4, p. 11, p. 195, p. 207.
- MERK, H. J. (1957), Diss. Delft.
- MERK, H. J. (1958), Appl. Sci. Res. A 8, p. 100.
- NAKAMURA, H. (1962), J. Soc. Mech. Engrs. 5, p. 18.
- NUSSELT, W. (1916), Z. VDI 60, p. 102, p. 541, p. 569.
- NUSSELT, W.; JÜRGES, W. (1928), Z. VDI 72, p. 597.
- NUSSELT, W. (1930), NACA, Techn. Mem. 1367 (1954).
- OSTRACH, S. (1952), NACA TN 2635 of NACA Rept. 1111 (1953).
- OVERBECK, A. (1879), Ann. Phys. Chem. 7, p. 271.
- POHLHAUSEN, E. (1921), Z. f. angew. Math. u. Mech. 1, p. 115, p. 252.
- POHLHAUSEN, E. (1930), Techn. Mech. u. Thermodyn. 1, p. 341, p. 391.
- PRANDTL, L. (1904), Verhandl. d. III Int. Math. Kongr. Heidelberg, p. 484.
- SCHENKELS, F. A. M.; SCHENK, J. (1969), Chem. Eng. Sci. 24, p. 585.
- SCHMIDT, E.; BECKMANN, W. (1930), Techn. Mech. u. Thermodyn. 1, p. 341, p. 391.
- SCHUH, H. (1948), Aerodyn. Versuchsanstalt Repts. u. Trans. 1007.
- SLIJKOORD, F. (1962), Afstuderverslag no. 792, Delft.
- SOMERS, E. V. (1956), J. Appl. Mech. 23, p. 295.
- SPARROW, E. M.; GREGG, J. L. (1956), Trans. A.S.M.E. 78, p. 1823.
- SPARROW, E. M.; GREGG, J. L. (1958), Trans. A.S.M.E. 80, p. 879.
- SPARROW, E. M.; MINKOWYCZ, W. J.; ECKERT, E. R. G. (1964), AIAA-2, p. 652. ASME papers 63-WA-50.
- SURIANO, F. J.; YANG, K. T. (1968), Int. J. Heat Mass Transf. 11, p. 473.
- WARNER, C. Y.; ARPACI, V. S. (1968), Int. J. Heat Mass Transf. 11, p. 397.
- WILCOX, W. R. (1961), Chem. Eng. Sci. 13, p. 113.
- WILKE, C. R.; TOBIAS, C. W.; EISENBERG, M. (1953), Chem. Eng. Progr. 49, p. 663.
- YANG, K. T.; JERGER, E. W. (1964), J. Heat Transf. p. 107.
- YANG, K. T.; DONLON, J. A. (1965), Int. J. Heat Mass Transf. 8, p. 815.

LIJST VAN SYMBOLEN

a	temperatuurvereffeningscoëfficiënt = $\lambda/\rho c_p$	1.5*
A	constante	2.9
B	totale druk, barometerstand	2.3
c	transformatieconstante	2.3
c_p	soortelijke warmte van systeem bij constante druk	1.5
C_w	massafractie waterdamp	2.2
$C_{w,0}, C_{w,\infty}$	idem aan de wand en op oneindig	2.2
C	empirische constante	3.10
D	diffusiecoëfficiënt waterdamp-lucht	1.5
e	emissiecoëfficiënt	3.3
f	gereduceerde stroomfunctie	2.3
f_0, f_1, f_2	nulde-, eerste- en tweede-orde-ontwikkeling van f	2.10
g^*	versnelling van het gravitatieveld	2.2
g	gereduceerde temperatuur	2.3
g_0, g_1, g_2	nulde-, eerste- en tweede-orde-ontwikkeling van g	2.10
Gr_x, Gr_L	lokaal en gemiddeld kengetal van Grashof	2.4
h	gereduceerde massafractie	2.3
h_0, h_1, h_2	nulde-, eerste- en tweede-orde-ontwikkeling van h	2.10
l	omtrek van de cilinder $2\pi r_0$	3.3
L	hoogte van verticale plaat of cilinder	1.4
M_w	massa van 1 mol waterdamp	2.3
M_l	massa van 1 mol lucht	2.3
n	exponent in verticale temperatuurverdeling	2.9
	rangaanduiding voor de zoneverdeling	3.2
n_w	aantal mols waterdamp per volume-eenheid	2.3
n_l	aantal mols lucht per volume-eenheid	2.3
Nu_x, Nu_L	lokaal en gemiddeld kengetal van Nusselt	2.4
p	partiële dampspanning waterdamp	2.3
p_0, p_∞	idem aan de wand en op oneindig	2.3
Pr	kengetal van Prandtl = ν/a	1.5
r	straal in cilinder coördinatenstelsel	2.10
	verdampingswarmte van waterdamp	3.3
r_0	straal van de cilinder	2.10
R	gasconstante	2.3
Sc	kengetal van Schmidt = ν/D	1.5
Sh_x, Sh_L	lokaal en gemiddeld kengetal van Sherwood	2.4
T	temperatuur fluidum	2.2
T_0, T_∞	idem aan de wand en op oneindig	1.4
T_D	temperatuur van het dauwpunt	3.8
T_r	referentietemperatuur	1.7

(*) paragraafnummer geeft aan waar desbetreffend symbool het eerst werd ingevoerd

u	snellheid in de x -richting	2.2
v	snellheid in de y -richting	2.2
x	coördinaat langs de wand	2.2
y	coördinaat loodrecht op de wand	2.2
$\alpha_1, \bar{\alpha}_1$	lokale en gemiddelde warmteoverdrachtscoëfficiënt	2.4
$\alpha_2, \bar{\alpha}_2$	lokale en gemiddelde stofoverdrachtscoëfficiënt	2.4
β_1	coëfficiënt = $1/T_\infty$	2.3
β_2	coëfficiënt = $3/8 (B - 3/8 p_0)$	2.3
δ	grenslaagdikte	1.5
δ_1	parameter = $\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 / (\varepsilon_1 \beta_1 \theta_0 + \varepsilon_2 \beta_2 \Pi_0)$	2.3
δ_2	parameter = $1 - \delta_1$	2.3
Δ	hoogte van een zone	3.2
ε_1	coëfficiënt = $B/(B - 3/8 p_0)$	2.3
ε_2	coëfficiënt = $(p_0 - p_\infty \cdot T_0/T_\infty)/(p_0 - p_\infty)$	2.3
η	affiene coördinaat	2.3
θ	temperatuurverschil = $T - T_\infty$	2.3
θ_0	temperatuurverschil = $T_0 - T_\infty$	2.3
λ	warmtegeleidingscoëfficiënt	1.5
μ	dynamische viscositeitscoëfficiënt	1.5
ν	kinematische viscositeitscoëfficiënt	1.5
ξ	stoorparameter = $2 x^{1/4}/r_0 c$	2.10
Π	dampspanningsverschil = $p - p_\infty$	2.3
Π_0	dampspanningsverschil = $p_0 - p_\infty$	2.3
ρ	dichtheid fluidum	1.5
ρ_0, ρ_∞	idem aan de wand en op oneindig	2.3
ρ_w	massaconcentratie waterdamp	2.3
$\rho_{w,0}, \rho_{w,\infty}$	idem aan de wand en op oneindig	2.3
σ_1	coëfficiënt ingevoerd in (21)	3.3
σ_2	coëfficiënt ingevoerd in (21)	3.3
σ	constante van Boltzmann	3.3
φ_1'', φ_2''	warmte- resp. stofflux	2.4
$\varphi_{x'',1}, \varphi_{x'',2}$	warmte- resp. stofflux ter plaatse x	3.3
φ_n	totale gedissipeerde vermogen in de n^{de} zone	3.3
$\varphi_{n,1}, \varphi_{n,2}$	warmte- resp. stofstroom in de n^{de} one	3.3
φ_s	stralingsstroom per zone	3.3
ψ	stroomfunctie	2.3
ω	verschil massaconcentratie waterdamp: $\rho_w - \rho_{w,\infty}$	2.3
ω_0	verschil massaconcentratie waterdamp: $\rho_{w,0} - \rho_{w,\infty}$	2.3

Hier volgt een kort overzicht van mijn studie.

Ik werd op 12 augustus 1937 te Maartensdijk (U) geboren.

In 1955 behaalde ik het einddiploma H.B.S.-B te Utrecht.

Aan het Kamerlingh Onnes Laboratorium te Leiden heb ik experimentele natuurkunde gestudeerd.

Na mijn doctoraal examen op 2 oktober 1962 heb ik vijf jaar natuurkundeles gegeven aan een lyceum te Den Haag.

Vanaf september 1967 was ik volledig in dienst van de Technische Hogeschool te Delft. Ik was hier werkzaam bij de werkgroep 'Warmteleer' van de afdeling Technische Natuurkunde.

Vanaf 1 november 1969 ben ik werkzaam bij de afdeling Natuur- en Weerkunde van de Landbouwhogeschool te Wageningen.